

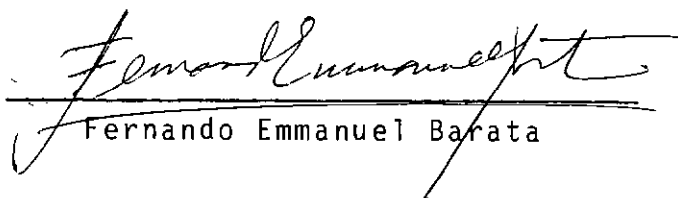
DETERMINAÇÃO DE PROPRIEDADES DINÂMICAS DO SOLO NO CAMPO  
PARA ANÁLISE DE FUNDAÇÕES DE MÁQUINAS ROTATIVAS

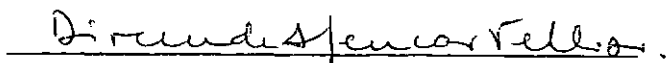
APOLONIO TANNUS FILGUEIRAS RIBEIRO

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc.) EM ENGENHARIA CIVIL

Aprovada por:

  
Francisco de Rezende Lopes

  
Fernando Emmanuel Barata

  
Dirceu de Alencar Velloso

  
Claudio Fernando Mahler

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL  
MARÇO DE 1984

RIBEIRO, APOLONIO TANNUS FILGUEIRAS

Determinação de Propriedades Dinâmicas do Solo no Campo para Análise de Fundações de Máquinas Rotativas( Rio de Janeiro) 1984.

ix, 142 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc., Engenharia Civil, 1979)

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE.

1. Propriedades Dinâmicas do Solo

I. COPPE/UFRJ

II. Título (série)

## AGRADECIMENTOS

A COBRAPI - Companhia Brasileira de Projetos Industriais, Escritório de Volta Redonda, pelo suporte financeiro e em particular ao Departamento de Engenharia Civil na pessoa do Engº Adib Abdo Dib, pelas facilidades proporcionadas.

Ao Professor Francisco de Rezende Lopes, pelo interesse e pela orientação dada a este trabalho.

Ao Corpo Docente da COPPE, pelos ensinamentos recebidos.

Pelo caráter experimental deste trabalho algumas pessoas foram fundamentais no seu desenvolvimento:

- Engenheiro José Olavo Pala, pela ajuda no projeto e fabricação do vibrador.

- Engenheiro Aluizio Alves Fontes e os técnicos Adenir Monteiro de Castro e Marcos Antonio Clemente, pela ajuda nas medições.

- Gilson Fernandes, pelos ensaios de laboratório.

- Peixoto, Jones e Antonio pela confecção das figuras e gráficos.

- Beth, pela confecção gráfica deste trabalho.

A José e Adélia, meus pais,  
pelo exemplo dado.

A Regina, minha esposa e com  
panheira.

A Nathalia, José e Mariana,  
meus filhos, razão de minha  
luta.

Aos meus irmãos pelo carinho  
que sempre me dedicam.

Resumo da Tese Apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

DETERMINAÇÃO DE PROPRIEDADES DINÂMICAS DO SOLO NO CAMPO  
PARA ANÁLISE DE FUNDAÇÕES DE MÁQUINAS ROTATIVAS

Apôlonio Tannus Filgueiras Ribêiro

Março de 1984

Orientador: Francisco de Rezende Lopes

Programa: Engenharia Civil

O presente trabalho tem por finalidade a determinação das propriedades dinâmicas do solo para análise de fundações de máquinas rotativas apoiadas diretamente no terreno de fundação, dando especial ênfase ao modelo que representa o solo como um sistema de molas (Barkan).

Para tanto foi projetado e fabricado um vibrador mecânico tipo massa rotativa. Foram realizados ensaios com uma fundação do tipo bloco, assente em solo residual, os quais permitiram a determinação dos parâmetros dinâmicos do solo e a verificação da eficiência do vibrador.

Apresenta-se, como sugestão, um procedimento para realização dos ensaios de vibração no campo e para avaliação dos parâmetros dinâmicos do solo para fins de projeto de fundações.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

IN-SITU DETERMINATION OF DYNAMIC SOIL PROPERTIES  
FOR THE ANALYSIS OF ROTATING MACHINE FOUNDATIONS

Apolonio Tannus Filgueiras Ribeiro

March, 1984

Chairman: Francisco de Rezende Lopes  
Department: Civil Engineering

This work aimed at the determination of dynamic soil properties for the analysis of massive-type foundations for rotating machines, with special emphasis on the model which represents the soil as a set of springs (Barkan type).

With this aim, a rotating mass-type vibrator was designed and constructed. Field tests on a block-type foundation, resting on residual soil, were carried out and allowed the determination of dynamic soil properties and an evaluation of the efficiency of the vibrator.

A procedure for conducting vibration-type field tests and evaluating dynamic soil properties for the design of machine foundations is put forward.

ÍNDICE

	<u>PÁGINA</u>
CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO -----	1
CAPÍTULO II - FUNDAMENTOS DE DINÂMICA -----	4
II.1. CARACTERÍSTICAS ESSENCIAIS DE UM PROBLE <u>MA</u> DINÂMICO -----	4
II.1.1. Introdução -----	4
II.1.2. O Problema Dinâmico -----	6
II.1.3. Formulação do Problema Dinâmico -----	7
II.2. SISTEMAS COM UM GRAU DE LIBERDADE -----	10
II.2.1. Componentes do Sistema Dinâmico Bási <u>co</u> -----	10
II.2.2. Formulação da Equação de Movimento pe <u>lo</u> Método do Equilíbrio Direto -----	11
II.3. SISTEMAS COM VÁRIOS GRAUS DE LIBERDA <u>DE</u> -----	13
II.3.1. Definição do Número de Graus de Liber <u>dade</u> -----	13
II.3.2. Formulação das Equações de Movimento- -----	14
CAPÍTULO III - MÉTODOS DE ANÁLISE DE FUNDAÇÕES DE MÁQUI <u>NAS</u> ROTATIVAS E AVALIAÇÃO DOS PARÂMETROS DO SOLO -----	17
III.1. INTRODUÇÃO -----	17

III.2. CRITÉRIOS DE PROJETO -----	20
III.3. MÉTODOS DE ANÁLISE -----	23
III.3.1. Método em que o Solo é Substituído por uma Mola Linear sem Peso -----	25
III.3.2. Método do Semí-Espaço Elástico -----	37
III.4. AVALIAÇÃO DOS PARÂMETROS DO SOLO -----	50
III.4.1. Introdução -----	50
III.4.2. Determinação dos Parâmetros Dinâmi cos do Solo Segundo Barkan -----	51
III.4.3. Determinação dos Parâmetros Dinâmi cos dos Solos em Ensaios de Vibração no Campo -----	57
CAPÍTULO IV - PROJETO E FABRICAÇÃO DE UM VIBRADOR -----	66
IV.1. INTRODUÇÃO -----	66
IV.2. CARACTERÍSTICAS PRINCIPAIS DO VIBRA- DOR -----	68
CAPÍTULO V - PLANEJAMENTO, EXECUÇÃO E INTERPRETAÇÃO DOS ENSAIOS -----	75
V.1. INTRODUÇÃO -----	75
V.2. ENSAIOS DE VIBRAÇÃO NO CAMPO -----	75
V.2.1. Planejamento -----	75
V.2.2. Execução e Resultados Obtidos -----	79
V.3. ENSAIOS DE LABORATÓRIO -----	81



V.3.1. Ensaio de Caracterização -----	81
V.3.2. Ensaio de Compressão Oedométrica -----	81
V.4. SONDAGEM A PERCUSSÃO -----	85
V.5. ANÁLISE DOS ENSAIOS DE VIBRAÇÃO NO CAM PO -----	87
V.6. RELAÇÕES ENTRE OS RESULTADOS DE CAMPO E DE LABORATÓRIO -----	93
V.7. ESTIMATIVA DE PARÂMETROS DINÂMICOS COM BASE EM CORRELAÇÕES DA LITERATURA -----	95
CAPÍTULO VI - CONCLUSÕES E SUGESTÕES -----	129
VI.1. CONCLUSÕES -----	129
VI.1.1. Referentes ao Vibrador -----	129
VI.1.2. Referentes ao Bloco de Ensaio -----	130
VI.1.3. Referentes ao Ensaio de Vibração ----	131
VI.1.4. Referentes aos Ensaios de Laboratório e de Penetração Dinâmica (SPT) -----	135
VI.2. SUGESTÕES -----	135
VI.2.1. Padronização dos Ensaios de Vibração no Campo -----	135
VI.2.2. Pesquisas Futuras -----	136
BIBLIOGRAFIA -----	138

## CAPÍTULO I

## INTRODUÇÃO

Uma das dificuldades na análise de fundações de máquinas apoiadas diretamente no terreno de fundação está na obtenção das propriedades dinâmicas do solo. Da exatidão na determinação destas propriedades depende em grande parte a segurança dos cálculos de vibrações das fundações. Na falta de informações mais precisas tem-se, na prática de fundações de máquinas, adotado valores dentro de uma faixa de valores típicos encontrados na literatura, às vezes correlacionados com outras propriedades dos solos. Isto dá origem a incertezas e a um excesso de segurança, o que conduz a maiores gastos.

Na prática de fundações submetidas a cargas estáticas é comum se subestimar as propriedades do terreno em favor da segurança; entretanto, este procedimento não pode ser adotado para as fundações sujeitas a cargas dinâmicas. Por exemplo, se a frequência de operação da máquina é alta e os parâmetros dinâmicos são subestimados, as frequências naturais do conjunto máquina-fundação, assim calculadas, resultarão menores do que as reais. Isto leva a acreditar que tais frequências ficam afastadas da faixa de ressonância, o que pode não ser verdadeiro.

Apesar do custo das fundações ser pouco representativo quando comparado com o da máquina, fundações projetadas de maneira deficiente podem provocar desgastes irregulares de mancais e de peças móveis, reduzindo a vida útil das máquinas e aumentando as despesas de manutenção; paradas periódicas do equipamento ou mesmo reparos nas fundações podem representar altos custos para uma indústria. Além disso, vibrações excessivas causam problemas para as construções vizinhas e para a saúde dos trabalhadores.

Estes motivos nortearam este trabalho, cujo principal objetivo é o desenvolvimento de um procedimento para determinação das propriedades dinâmicas do solo para análise de fundações de máquinas apoiadas diretamente no terreno. Para tanto, foi projetado e fabricado um vibrador mecânico, que constitui talvez a principal contribuição desta tese. Não se tinha conhecimento do emprego deste tipo de ensaio no Brasil, embora seja utilizado em outros países, como na Alemanha, pelo DEGEBO-Deutsche Forschungsgesellschaft für Bodenmechanik (p. ex. Richart et al., 1970), na Índia, onde é normalizado (p. ex. Srinivasalu, 1978) e nos Estados Unidos, pelo Corpo de Engenheiros do Exército, entre outros.

Este trabalho procura também dar, àqueles que estão iniciando na área da dinâmica das fundações, conceitos teóricos da dinâmica, métodos de análise e avaliação dos parâmetros do solo necessários à análise de fundações de máquinas. O texto está montado de tal forma que a consulta à bibliografia seja a mínima possível, para o que foram inseridos deduções teóricas, tabelas, abacos e gráficos.

No Capítulo II são apresentados os conceitos de dinâmica, a classificação das cargas dinâmicas e a distinção entre os problemas estático e dinâmico. A partir daí foi formulada a equação para um sistema com um grau de liberdade pelo método do equilíbrio direto; e de uma maneira generalizada foram desenvolvidas as equações para um sistema com vários graus de liberdade.

O Capítulo III contém definições das fundações de máquinas e dos seus graus de liberdade, critérios de projeto, métodos de análise das fundações e avaliação dos parâmetros dinâmicos do solo. Ênfase maior foi dada ao modelo adotado por Barkan (1962), em que o solo é substituído por uma mola linear sem peso, devido a sua grande aplicação no caso de fundações do tipo maciça para máquinas rotativas. O método do semi-espaco elástico descrito por Richart et al. (1970) é apresentado numa forma resumida. Ensaio de campo são descritos pa

ra se avaliar os parâmetros dinâmicos  $C_z$ ,  $C_x$ , E e G, e o coeficiente de amortecimento  $\Delta$ .

O Capítulo IV apresenta, de uma forma sucinta, os princípios básicos e as características principais do vibrador, especialmente projetado e fabricado para se determinar as propriedades dinâmicas do solo.

O Capítulo V contém o planejamento e execução dos ensaios de campo e laboratório. Uma análise dos resultados foi realizada, confrontando-os com aqueles encontrados na literatura consultada. Acreditando que futuras pesquisas sobre este tema envolverão este tipo de ensaio, procurou-se detalhar ao máximo as técnicas utilizadas e algumas conseqüências.

O Capítulo VI apresenta as conclusões deste trabalho e sugere um procedimento para realização dos ensaios de vibração no campo, além de temas para teses futuras.

## CAPÍTULO II

FUNDAMENTOS DE DINÂMICA<sup>\*</sup>

## II.1. CARACTERÍSTICAS ESSENCIAIS DE UM PROBLEMA DINÂMICO

## II.1.1. Introdução

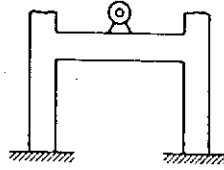
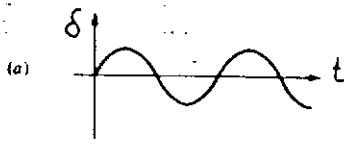
O termo "dinâmico" está associado a grandezas que variam com o tempo; assim, uma carga dinâmica é qualquer carga cujo valor, direção e ponto de aplicação variam com o tempo. Portanto, a resposta estrutural para uma carga dinâmica, isto é, os deslocamentos e tensões, são também variáveis com o tempo, ou seja, a resposta é dinâmica.

As cargas dinâmicas podem ser do tipo "prescrito" ou do tipo "aleatório", dependendo se elas são totalmente conhecidas ou não. No caso do tipo "prescrito" a análise da resposta dinâmica será determinística, enquanto que na condição "aleatória" será não-determinística. A análise determinística define o histórico dos deslocamentos com o tempo e, numa fase posterior, são obtidas as tensões, deformações, esforços internos, etc..., a partir de deslocamentos previamente estabelecidos. Por outro lado, uma análise não determinística fornece informação estatística acerca dos deslocamentos resultantes de um carregamento definido estatisticamente; neste caso, a variação do histórico dos deslocamentos com o tempo não é determinada e os outros aspectos da resposta dinâmica, tais como tensões, esforços internos, etc..., têm que ser avaliados diretamente por uma análise não determinística independente dos deslocamentos.

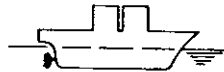
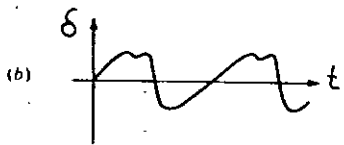
O carregamento dinâmico prescrito é dividido nas categorias periódica e não periódica. Na Figura II.1 vêem-se algumas formas típicas de tais carregamentos e exemplos de situa-

\* Este Capítulo foi calcado no livro de Cloughe Penzien (1975)

## PERIÓDICO

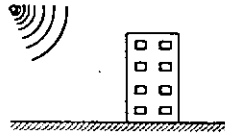
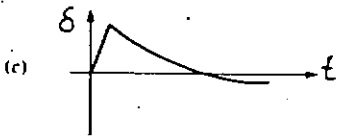


MÁQUINA ROTATIVA  
EM EDIFÍCIO

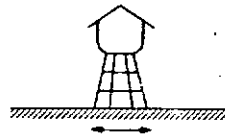
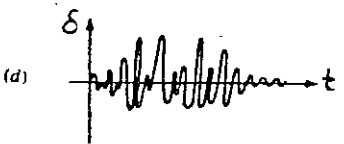


FORÇA DA HÉLICE  
NA POPA DO NAVIO

## NÃO PERIÓDICO



CARGA DEVIDA A EXPLOÇÃO  
DE UMA BOMBA PRÓXIMO  
AO EDIFÍCIO



TERREMOTO SOB UMA  
CAIXA D'ÁGUA

HISTÓRICO DO  
CARREGAMENTO

EXEMPLO TÍPICO

Figura II.1 - Características e fontes de cargas dinâmicas típicas: (a) harmônica simples; (b) harmônica complexa; (c) impulsiva; (d) longa duração. (apud Clough, 1975).

ções em que ocorrem. Os carregamentos periódicos são cargas repetitivas que apresentam a mesma variação com o tempo para um grande número de ciclos. O mais simples carregamento periódico é a variação senoidal mostrada na Figura II.1(a), que é denominada "harmônica simples"; tal carregamento é característico dos efeitos de massas desbalanceadas em máquinas rotativas. Os mais complexos, por exemplo, são aqueles causados por efeitos de inércia em máquinas alternativas; neste caso, através de uma análise em Série de Fourier, o carregamento pode ser substituído por um somatório de componentes harmônicas simples. Deste modo, a análise da resposta dinâmica para qualquer carregamento periódico seguirá o mesmo procedimento. Quanto aos carregamentos não periódicos, podem ser "impulsivos" de curta duração ou de formas diversas de longa duração. Uma fonte de carregamento impulsivo de curta duração pode ser uma explosão, enquanto que uma de longa duração pode ser um terremoto.

## II.1.2. O Problema Dinâmico

A diferença básica entre um problema estrutural dinâmico e o correspondente estático está na variação com o tempo das grandezas do problema dinâmico. Desta maneira, estando o carregamento e a resposta variando com o tempo, a análise de verá estabelecer uma sucessão de soluções correspondentes a to dos os tempos de interesse na história da resposta.

Entretanto, uma distinção mais fundamental é que num problema estático os esforços internos e deslocamentos dependem diretamente do carregamento e podem ser determinados pelos princípios estabelecidos no equilíbrio das forças, enquanto que no dinâmico os deslocamentos resultantes estão associados com acelerações, que produzem forças de inércia resistentes à essas acelerações. Assim, os esforços internos de um problema dinâmico devem equilibrar não somente as forças aplicadas externamente como também as forças de inércia decorrentes das acelerações. Essas forças de inércia são as características mais im-

portantes na distinção de um problema estrutural dinâmico. Se essas forças representam uma parcela significativa da carga total equilibrada pelos esforços internos, então a característica dinâmica deverá ser considerada neste problema; já nos movimentos mais lentos em que as forças de inércia possam ser desprezadas, a análise num instante qualquer pode ser realizada por método estrutural estático, ainda que o carregamento e a resposta variem com o tempo.

### II.1.3. Formulação do Problema Dinâmico

As forças de inércia resultantes dos deslocamentos estruturais, que por sua vez são influenciados pela grandeza destas forças, formam um ciclo fechado de causa e efeito, cuja formulação do problema pode ser obtida em termos de equações diferenciais. Se uma determinada massa é distribuída uniformemente, as forças de inércia devem ser conhecidas, bastando para isso definir em cada ponto os deslocamentos e acelerações, cuja análise deve ser formulada em termos de equações diferenciais parciais. Entretanto, se a massa for concentrada em alguns pontos discretizados, o problema analítico será grandemente simplificado visto que as forças de inércia serão desenvolvidas somente nestes pontos.

O número de componentes de deslocamentos que deve ser considerado para representar o efeito de todas as forças de inércia significativas de uma estrutura é denominado de "número de graus de liberdade dinâmico" (NGL) da estrutura; este número é definido pela idealização de massas discretizadas na análise de um problema dinâmico estrutural. O método de discretização de massa é o mais apropriado para o tratamento de sistemas em que grande parte da massa total esteja realmente concentrada em poucos pontos.

O objetivo principal da análise estrutural dinâmica determinística é a avaliação da história dos deslocamentos



com o tempo devido à um carregamento que também varia com o tempo. Assim, expressões matemáticas definindo os deslocamentos dinâmicos são chamados de "equações de movimento", cuja solução proporciona a história dos deslocamentos. Três diferentes métodos poderão ser empregados na formulação destas equações, cada um tendo vantagens no estudo de determinados problemas: Equilíbrio Direto pelo Princípio de D'Alembert, Princípio dos Deslocamentos Virtuais e Princípio de Hamilton.

#### a) Equilíbrio Direto pelo Princípio de D'Alembert

As equações de movimento de qualquer sistema dinâmico representam a expressão da segunda lei de Newton, que estabelece que a variação da quantidade de movimento de uma massa  $\underline{m}$  é igual a força que nela atua:

$$\vec{p}(t) = \frac{d}{dt} (m \frac{d\vec{v}}{dt}) \quad (\text{II.1})$$

onde

$\vec{p}(t)$  é o vetor de força aplicada

$\vec{v}(t)$  é o vetor de posição da massa  $\underline{m}$

Na maioria dos problemas estruturais dinâmicos a massa pode ser considerada constante com o tempo e, então, tem-se:

$$\vec{p}(t) = m \frac{d^2 \vec{v}}{dt^2} = m \vec{\ddot{v}}(t)$$

ou

$$\vec{p}(t) - m \vec{\ddot{v}}(t) = 0 \quad (\text{II.2})$$

onde

$m \vec{\ddot{v}}(t)$  é o vetor das forças de inércia que resistem à aceleração da massa  $\underline{m}$ .

O conceito de que a massa desenvolve uma força de inércia proporcional e oposta à aceleração é conhecida como o Princípio de D'Alembert. Ele é utilizado em problemas simples de equilíbrio dinâmico de todas as forças que atuam num sistema.

## b) Princípio dos Deslocamentos Virtuais

No caso de um sistema estrutural envolvendo um grande número de pontos de massas interligados ou corpos de dimensões finitas, a aplicação do método do equilíbrio direto às forças atuantes torna-se, em geral, difícil; neste caso é aconselhável utilizar o princípio dos deslocamentos virtuais.

O princípio dos deslocamentos virtuais pode ser expresso da seguinte forma: estando um sistema estrutural em equilíbrio sob ação de um conjunto de forças e lhes são impostos deslocamentos compatíveis com suas restrições (deslocamentos virtuais), o trabalho total realizado pelas forças é nulo e equivalente a uma relação de equilíbrio. Neste método inicialmente são identificadas todas as forças atuantes nas massas discretas do sistema, inclusive aquelas de inércia definidas de acordo com o princípio de D'Alembert, e em seguida introduz-se deslocamentos virtuais correspondentes a cada grau de liberdade e iguala-se o trabalho realizado a zero. A grande vantagem deste método é que as contribuições do trabalho virtual são grandezas escalares e podem ser somadas algebricamente.

## c) Princípio de Hamilton

Este princípio estabelece que a variação das energias cinética e potencial mais a variação do trabalho realizado por forças não conservativas consideradas durante qualquer intervalo de tempo é igual a zero, e pode ser expresso como:

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta(T - V) dt + \int_{t_1}^{t_2} \delta W_{nc} dt = 0 \quad (\text{II.3})$$

onde

$T$  é a energia cinética total do sistema

$V$  é a energia potencial do sistema, incluindo tanto as energias de deformação e potencial para quaisquer forças externas conservativas

$W_{nc}$  é o trabalho realizado por forças não conservativas atuando no sistema, incluindo amortecimento e qualquer carregamento externo

$\delta$  é a variação ocorrida durante o intervalo de tempo considerado

O processo difere da análise através do trabalho virtual pelo fato de que nele as forças de inércia e elásticas não são explicitamente envolvidas; ao invés disso, são usadas as variações nos termos das energias cinética e potencial. Esta formulação possui então a vantagem de tratar somente grandezas puramente escalares.

A escolha do processo a ser utilizado na formulação das equações do movimento é uma questão de conveniência e preferência pessoal, que geralmente dependerá da natureza do sistema dinâmico considerado.

## II.2. SISTEMAS COM UM GRAU DE LIBERDADE

### II.2.1. Componentes do Sistema Dinâmico Básico

As componentes de um sistema estrutural linearmente elástico sujeito a cargas dinâmicas são: sua massa, suas propriedades elásticas (flexibilidade ou rigidez), dissipação de energia ou amortecimento e fonte externa de excitação ou carregamento. O modelo mais simples é um sistema com um grau de liberdade (SUGL), onde cada uma dessas componentes é considerada concentrada num simples elemento físico (Figura II:2).

No SUGL o movimento sendo limitado a uma única direção, uma simples coordenada  $y$  define completamente sua posição. Sua massa  $m$  é concentrada num bloco rígido e é submetida a um carregamento externo  $p(t)$ , variando com o tempo, que produz a resposta elástica do sistema. Uma mola sem peso e com rigidez  $k$  fornece a resistência elástica ao deslocamento, enquanto que o mecanismo de dissipação de energia é representado pelo amortecedor  $c$ .

### II.2.2. Formulação da Equação do Movimento pelo Método do Equilíbrio Direto

Isola-se a massa do SUGL e estabelece-se a equação de equilíbrio de todas as forças que nela atuam na direção do deslocamento do grau de liberdade; estas forças incluem a carga  $p(t)$  e aquelas resultantes do movimento: de inércia ( $F_I$ ), de amortecimento ( $F_A$ ) e a força elástica da mola ( $F_R$ ). A equação do movimento pode então ser escrita:

$$F_I + F_A + F_R = p(t) \quad (II.4)$$

onde  $F_I$ ,  $F_A$  e  $F_R$  são forças que variam com o tempo e são função de  $\underline{v}$  e suas derivadas:

$$F_R = k v \quad (II.5a)$$

$$F_A = c \dot{v} \quad (II.5b)$$

$$F_I = m \ddot{v} \quad (II.5c)$$

Introduzindo-se as Equações (II.5) em (II.4) obtém-se a equação do movimento para o SUGL:

$$m \ddot{v} + c \dot{v} + k v = p(t) \quad (II.6)$$

Considerando-se o sistema da Figura (II.3) em que a direção do movimento é vertical, introduz-se uma força de gravidade ( $W$ ) atuando no sentido do deslocamento. A equação de equilíbrio é escrita como:

$$m \ddot{v} + c \dot{v} + k v = p(t) + W \quad (II.7)$$

onde o deslocamento total  $\underline{v}$  é agora dado por:

$$v = \Delta_{st} + \overline{v} \quad (II.8)$$

onde:

$\Delta_{st}$  é o deslocamento estático

$\overline{v}$  é o deslocamento dinâmico

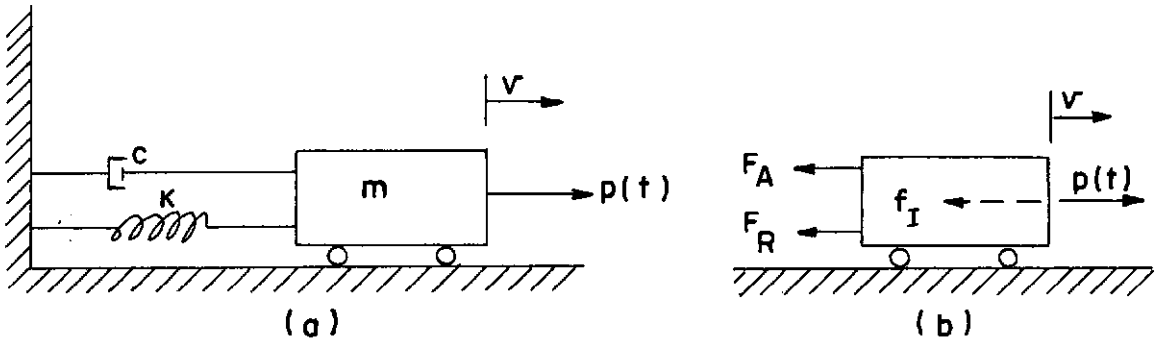


Figura II.2 - SUGL: (a) componentes básicos; (b) equilíbrio das forças.

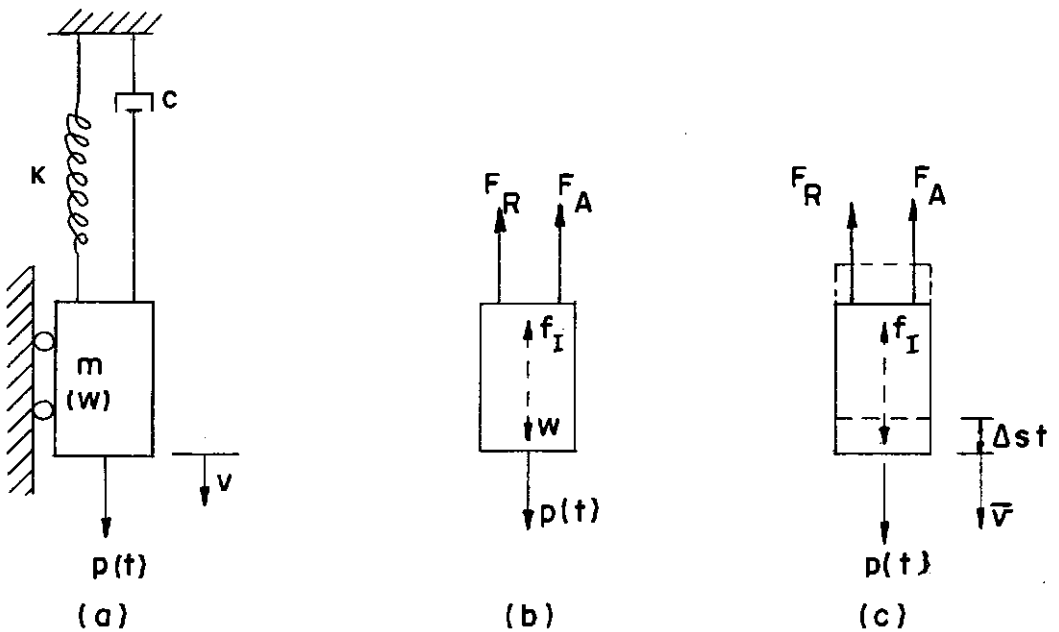


Figura II.3 - Influência da gravidade no equilíbrio do SUGL: (a) componentes básicos; (b) sistema de forças atuante; (c) deslocamento estático.

Com a Equação (II.8) e o peso da massa  $\underline{m}$  ( $W = k \Delta_{st}$ ) em (II.7), tem-se:

$$\begin{aligned} m \ddot{v} + c \dot{v} + k (\Delta_{st} + \bar{v}) &= p(t) + k \Delta_{st} \\ m \ddot{v} + c \dot{v} + k \bar{v} &= p(t) \end{aligned} \quad (II.9)$$

Derivando (II.8) em relação ao tempo e introduzindo os resultados em (II.9), tem-se a equação do movimento:

$$m \ddot{\bar{v}} + c \dot{\bar{v}} + k \bar{v} = p(t) \quad (II.10)$$

Comparando as Equações (II.6) e (II.10) verifica-se que a equação do movimento com referência à posição de equilíbrio estático não é afetada pelas forças de gravidade.

A solução da equação diferencial do movimento fornece o deslocamento variando com o tempo, que é a resposta dinâmica do SUGL. As deflexões, tensões, etc., totais podem ser obtidas simplesmente somando as quantidades estáticas às encontradas pela análise dinâmica.

## II.3. SISTEMAS COM VÁRIOS GRAUS DE LIBERDADE

### II.3.1. Definição do Número de Graus de Liberdade

Um sistema estrutural será realmente considerado como SUGL quando suas propriedades físicas são tais que o movimento possa ser descrito por um único deslocamento e nenhum outro seja possível. Entretanto, se um sistema tiver mais de um deslocamento e, matematicamente, puder ser reduzido a um SUGL, a solução da equação é apenas uma aproximação do verdadeiro comportamento, cuja qualidade do resultado depende de vários fatores, principalmente da distribuição espaço-temporal do carregamento e das propriedades de massa e rigidez; a desvantagem desta aproximação é a dificuldade em avaliar a veracidade dos

resultados obtidos.

De uma maneira geral, a resposta dinâmica inclui variações no tempo da forma de deslocamento da estrutura, cujo comportamento poderá ser adequadamente descrito em termos de um sistema com vários graus de liberdade (SVGL). Da mesma forma como estudado em II.2, os graus de liberdade de um sistema com parâmetros discretizados podem ser tomados como as amplitudes dos deslocamentos de certos pontos escolhidos ou podem ser coordenadas generalizadas representando as amplitudes de formas de deslocamento assumidos. Evidentemente que um grande número de graus de liberdade fornece uma melhor aproximação para o comportamento dinâmico; entretanto, na maioria dos casos práticos, uma boa aproximação pode ser conseguida com dois ou três graus de liberdade.

### II.3.2. Formulação das Equações de Movimento

Para esta formulação será utilizada a idealização de massas discretizadas cujas forças efetivas associadas a cada um dos seus graus de liberdade ( $i$ ) são: a força externa aplicada  $p_i(t)$  e aquelas resultantes do movimento (de inércia  $F_{Ii}$ , de amortecimento  $F_{Ai}$  e elástica  $F_{Ri}$ ). Então, para cada grau de liberdade o equilíbrio dinâmico é expresso como:

$$F_{Ii} + F_{Ai} + F_{Ri} = p_i(t) \quad (II.11)$$

Considerando todos os graus de liberdade pode-se escrever, numa forma matricial, a equação do movimento para um sistema linear:

$$\underline{F}_I + \underline{F}_A + \underline{F}_R = \underline{p}(t) \quad (II.12)$$

que é uma equação equivalente a (II.4) para o SUGL,

Cada uma dessas forças  $F_I$ ,  $F_A$  e  $F_R$  são convenientemente expressas a partir dos deslocamentos, velocidades e acelerações desenvolvidas em todos os pontos considerados do sistema estrutural, através de coeficientes de influência apropriados:

$$(a) \quad \underline{F_I} = \underline{m} \ddot{\underline{v}} \quad (II.13)$$

onde:

$\underline{m}$  é a matriz dos coeficientes de influência de massa

$\ddot{\underline{v}}$  é o vetor das acelerações

$$\begin{bmatrix} F_{I1} \\ F_{I2} \\ F_{I3} \\ . \\ F_{Ii} \\ . \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & \dots & m_{1i} & \dots & m_{1N} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & \dots & m_{2i} & \dots & m_{2N} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & \dots & m_{3i} & \dots & m_{3N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ m_{i1} & m_{i2} & m_{i3} & \dots & m_{ii} & \dots & m_{iN} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{v}_1 \\ \ddot{v}_2 \\ \ddot{v}_3 \\ . \\ \ddot{v}_i \\ . \end{bmatrix} \quad (II.14)$$

$$(b) \quad \underline{F_A} = \underline{c} \dot{\underline{v}} \quad (II.15)$$

onde:

$\underline{c}$  é a matriz dos coeficientes de influência de amortecimento

$\dot{\underline{v}}$  é o vetor das velocidades

$$\begin{bmatrix} F_{A1} \\ F_{A2} \\ F_{A3} \\ . \\ F_{Ai} \\ . \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & \dots & c_{1i} & \dots & c_{1N} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & \dots & c_{2i} & \dots & c_{2N} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & \dots & c_{3i} & \dots & c_{3N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{i1} & c_{i2} & c_{i3} & \dots & c_{ii} & \dots & c_{iN} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v}_1 \\ \dot{v}_2 \\ \dot{v}_3 \\ . \\ \dot{v}_i \\ . \end{bmatrix} \quad (II.16)$$



$$(c) \underline{F}_R = \underline{k} \underline{v} \quad (II.17)$$

onde:

$\underline{k}$  é a matriz dos coeficientes de influência de rigidez

$\underline{v}$  é o vetor dos deslocamentos

$$\begin{bmatrix} F_{R_1} \\ F_{R_2} \\ F_{R_3} \\ \vdots \\ F_{R_i} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & \dots & k_{1i} & \dots & k_{1N} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & \dots & k_{2i} & \dots & k_{2N} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & \dots & k_{3i} & \dots & k_{3N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{i1} & k_{i2} & k_{i3} & \dots & k_{ii} & \dots & k_{iN} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ \vdots \\ v_i \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (II.18)$$

Introduzindo as Equações (II.13), (II.15) e (II.17) em (II.12), obtém-se a equação diferencial de equilíbrio dinâmico para o sistema estrutural considerando todos os graus de liberdade:

$$\underline{m} \ddot{\underline{v}} + \underline{c} \dot{\underline{v}} + \underline{k} \underline{v} = \underline{p}(t) \quad (II.19)$$

A ordem das matrizes em (II.19) é igual ao número de graus de liberdade escolhido. A solução do sistema de  $N$  equações do movimento fornece a resposta dinâmica do SVGL.

## CAPÍTULO III

MÉTODOS DE ANÁLISE DE FUNDAÇÕES DE MÁQUINAS ROTATIVAS  
E AVALIAÇÃO DOS PARÂMETROS DO SOLO

## III.1. INTRODUÇÃO

As fundações de máquinas rotativas com até 3000 rpm, apoiadas diretamente no solo, são em geral do tipo maciça ou contendo aberturas com um volume real maior do que 50% do volume total ocupado (Figura III.1a); estas aberturas se devem a passagem de canalizações, tubulações, encaixes para fixação de chumbadores, etc... Para as máquinas com mais de 3000 rpm são geralmente utilizadas fundações do tipo complexa (Figuras 3.1b, c,d) constituídas de paredes ou de pórticos contraventados por meio de vigas longitudinais e engastados numa placa de fundação; as vigas do pórtico e as longitudinais formam uma grelha horizontal. Assim, de uma maneira geral, as fundações de máquinas rotativas assentes diretamente no solo, poderão ser analisadas considerando-as como maciças: as maciças propriamente ditas e as placas de fundações do tipo complexa.

Uma fundação maciça pode ser considerada como rígida já que suas deformações são desprezíveis quando comparadas com as do solo sobre o qual ela assenta. Deste modo, sob ação de forças desbalanceadas, ela estará submetida aos seguintes movimentos de corpo rígido (Figura III.2):

- translações segundo os eixos X, Y e Z
- rotações em torno dos eixos X, Y e Z

Os modos de vibração constituem o número de graus de liberdade de uma fundação maciça, que no caso mais geral é igual a seis. Dos seis modos, a translação e rotação segundo o eixo dos Z podem ocorrer independentemente de qualquer outro

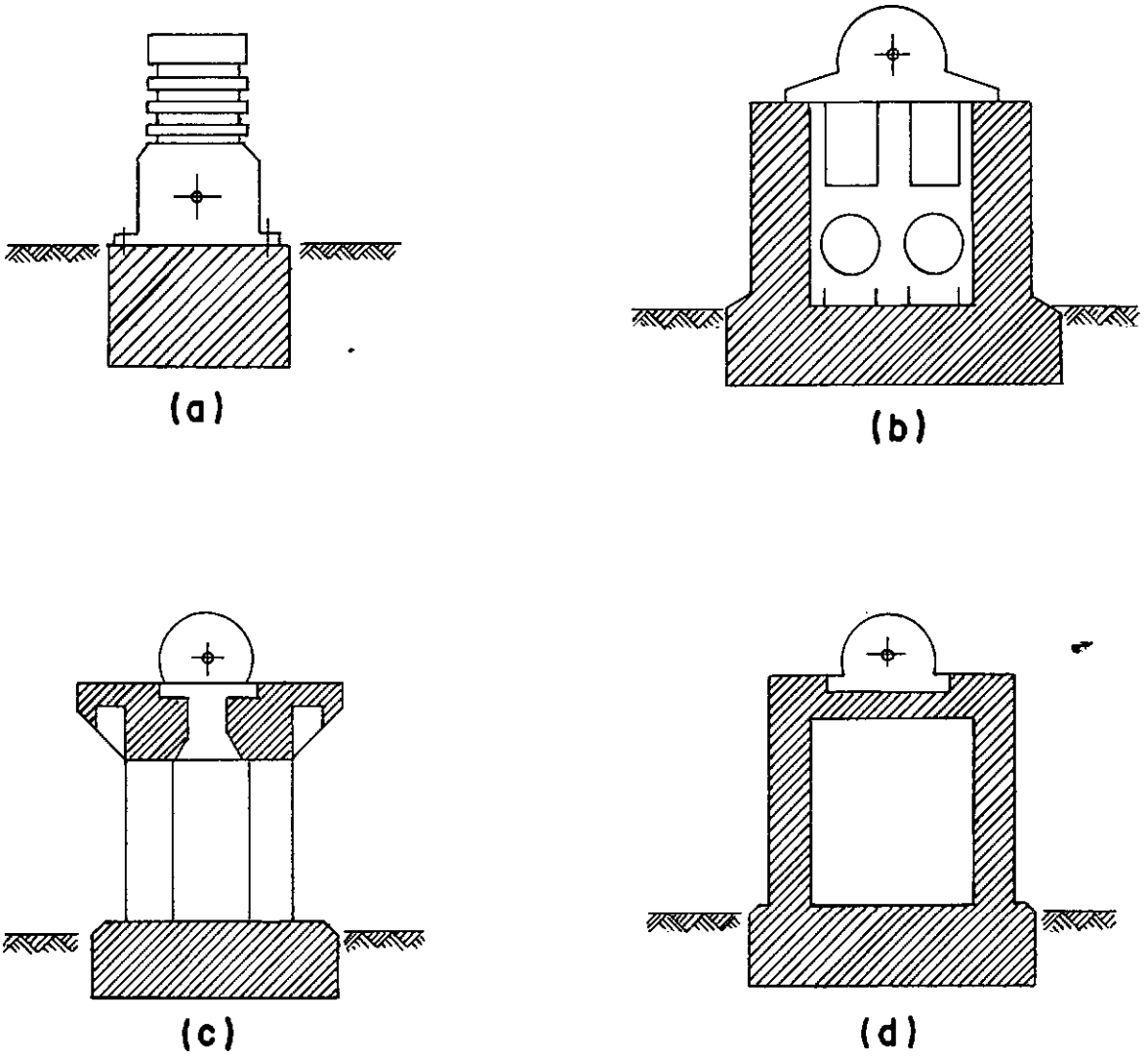


Figura III.1 - Tipos básicos de fundações com cargas dinâmicas: (a) maciça; (b) com paredes; (c) aporticadas; (d) caixões.

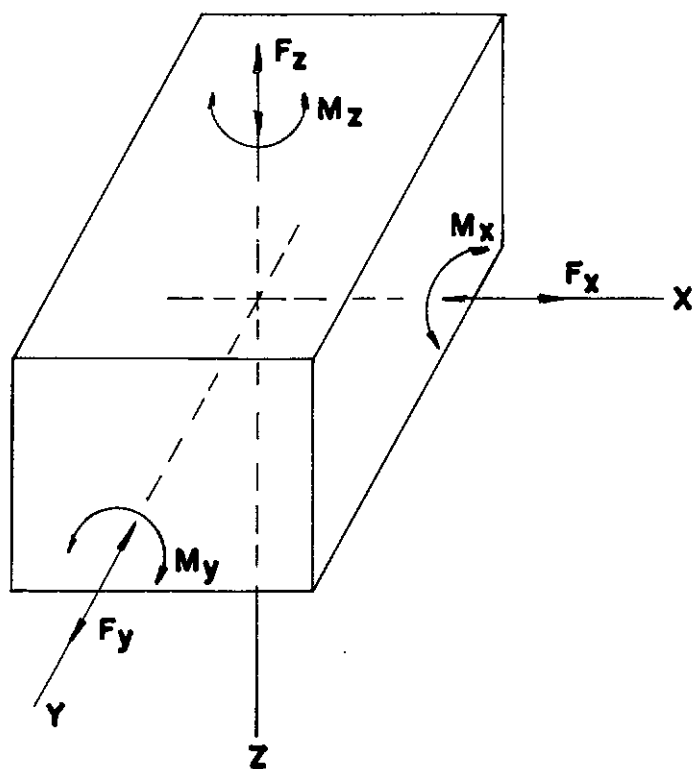


Figura III.2 - Modos de vibração de uma fundação maciça:

- translações segundo os eixos  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$
- rotações em torno dos eixos  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$

movimento, enquanto que translações e rotações segundo X e Y são movimentos acoplados, formando quatro tipos de movimentos independentes. Na maioria dos casos de fundações de máquinas do tipo maciça, a análise poderá ser realizada com dois movimentos independentes: translação segundo o eixo dos Z (vertical) e translação acoplada com rotação em torno de um eixo horizontal perpendicular ao plano de vibração do equipamento.

O comportamento dinâmico de uma fundação é naturalmente influenciado pelo terreno de fundação devido às suas características de massa, deformabilidade e amortecimento. É neste ponto que se verificam as maiores dificuldades na determinação do comportamento real dos solos submetidos a cargas dinâmicas, especialmente no que se refere ao estudo das características de resposta dos solos e da propagação de vibrações através deles. ... Geralmente tem-se utilizado uma resposta linear, cujos resultados tem-se mostrado satisfatórios na prática, visto que as fundações são projetadas com frequências naturais fora da faixa de ressonância. Esta simplificação facilita a análise das fundações de um grande número de máquinas em que se desenvolvem movimentos de translações acoplados com rotações angulares.

### III.2. CRITÉRIOS DE PROJETO

Um projeto de fundação é basicamente dividido em tres fases: (a) coleta de dados, (b) concepção e (c) detalhamento. A fase de detalhamento não será abordada pois foge ao escopo deste trabalho. No caso específico das fundações de máquinas, as principais características das duas outras fases são:

#### (a) Coleta de Dados

- Projeto da base da máquina fornecido pelo fabricante contendo: plantas e detalhes da fixação da máquina, diagramas de

carregamento estático, distância do eixo principal de rotação da máquina ao topo da base, rotação de operação do equipamento, amplitudes máximas permitidas (vertical e horizontal), forças de excitação e de curto circuito da máquina.

- Informações geotécnicas: perfil do sub-solo, com suas propriedades relevantes, inclusive dinâmicas, e nível do lençol freático.
- Levantamento das obras existentes e por construir próximas ao equipamento.

#### (b) Concepção da Fundação

Além da experiência do projetista, alguns aspectos devem ser observados:

- O recalque da fundação não deve ser excessivo e a fundação deve estar assegurada contra a ruptura do terreno. (A Norma Indiana recomenda que a pressão admissível não deve exceder 80% daquela permitida para o carregamento estático);
- Sempre que possível, a frequência natural\* do conjunto equipamento-fundação-solo deve ser menor do que a de operação da máquina; para se evitar a faixa perigosa de ressonância\*, as frequências naturais deverão ser afastadas das de operação no mínimo de  $\pm 30\%$  (Barkan, 1962). Cabe lembrar, entretanto, que embora se possa projetar fundações de forma a afastar sua frequência própria da faixa de ressonância, ocorrem frequentemente fenômenos de ressonância, se bem que transitórios, durante os períodos de partida e parada das máquinas.
- As amplitudes de vibração da fundação na frequência de operação não devem exceder aquelas especificadas pelo fabricante; este critério visa principalmente o funcionamento das máquinas em boas condições. Na falta da especificação do fabricante, poderá ser utilizada uma tabela apresentada na bibliografia (Ivanoff, 1963), que contém os limites superiores de amplitude das vibrações de máquinas com frequência uniforme (Tabela III,1).....

---

\* Para definições ver páginas 30 e 32

DIREÇÃO DAS VIBRAÇÕES	FREQUÊNCIAS DE VIBRAÇÃO (rpm)							
	ATE 500	500	750	1000	1500	3000	5000	10000
Horizontal	0,2	0,16	0,13	0,11	0,09	0,05	0,02	0,0075
Vertical	0,15	0,12	0,09	0,075	0,06	0,03	0,015	0,005

Tabela III-1 - Amplitudes de Vibrações (mm) (apud Ivanoff, 1963).

+ REIHER e MEISTER (1931) - Vibrações em regime estacionário

\* RAUSCH (1943) - Vibrações em regime estacionário

Δ CRANDELL (1949) - Devido a explosão

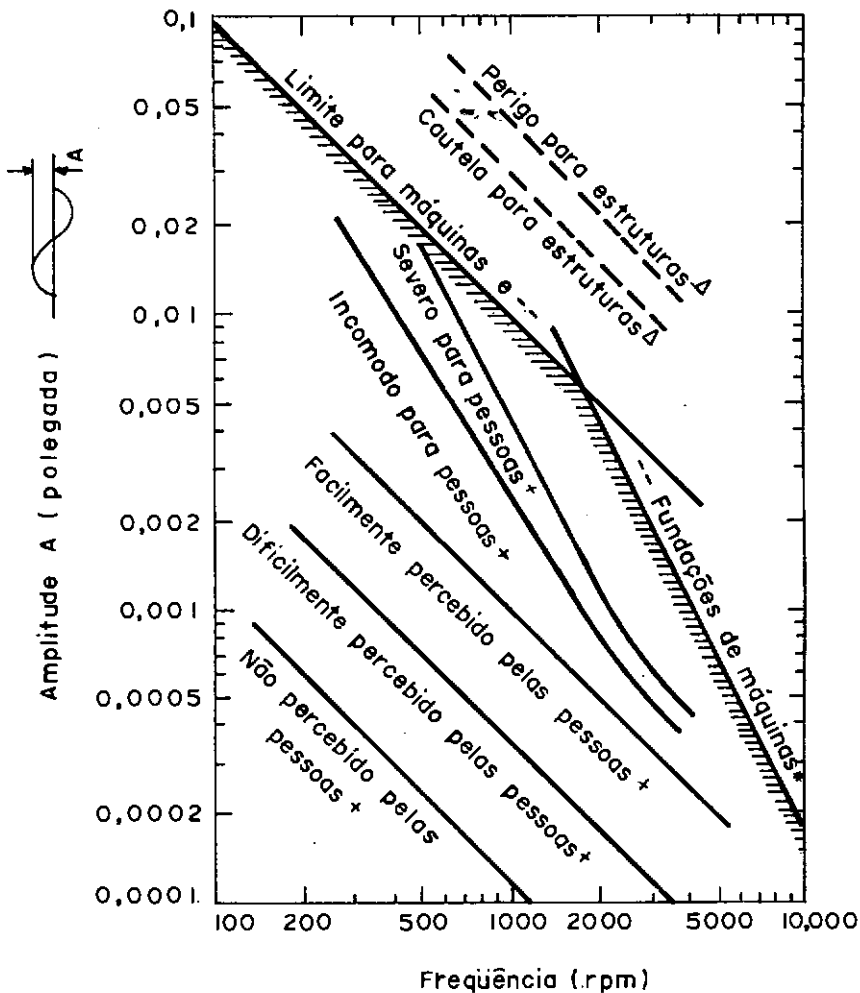


Figura III.3 - Limites gerais de amplitudes de deslocamentos para uma particular frequência de vibração (apud Richart, 1962).

- As vibrações não devem ser nocivas às pessoas trabalhando e nem danificar as estruturas próximas; a natureza das vibrações nocivas dependem da frequência de vibração e da amplitude do movimento. Richart (1962) apresenta um gráfico que relaciona a frequência da máquina com a amplitude máxima permitível, para vários níveis de tolerância aos efeitos nocivos das vibrações (Figura III.3). O desligamento da fundação do restante das estruturas e a limitação da amplitude diminuem a propagação de vibrações através do solo.
- O efeito de vibrações deverá ser verificado com mais cuidado, quando o lençol freático estiver abaixo da cota de assentamento da fundação, a menos de 1/4 de sua menor dimensão, uma vez que as vibrações são frequentemente transmitidas não amortecidas, a consideráveis distâncias, através do lençol freático devido à continuidade do meio.
- As fundações deverão ser projetadas de tal forma que a excentricidade entre o centro de gravidade do conjunto e o da área da base, seja nula ou bastante reduzida. Isto faz com que exista independência entre os movimentos verticais e de translações acoplados com rotações. Se essa excentricidade tiver um valor apreciável, haverá interdependência entre os movimentos, e a resposta dinâmica torna-se muito complexa. Na prática (Ivanoff, 1963), desde que a excentricidade não exceda 5% da dimensão da base da fundação na direção em que a mesma ocorre, o seu valor poderá ser desprezado. Reduzir ou anular esta excentricidade constitui um dos critérios de escolha da forma da fundação.

### III.3. MÉTODOS DE ANÁLISE

As análises de fundações de máquinas apoiadas diretamente no solo podem ser feitas por (a) métodos empíricos, (b) métodos que consideram o solo como um semi-espaco elástico, (c) métodos que representam o solo como um conjunto de molas lineares sem peso e (d) métodos numéricos (Método dos Elementos Finitos).



Os métodos empíricos devem ser utilizados somente na fase preliminar de um projeto. Os métodos que consideram o solo como um meio elástico ou como um sistema de molas lineares, são aplicáveis somente no caso de níveis baixos de deformações pois nesses casos os solos podem ser considerados como materiais elásticos. Assim, as teorias desenvolvidas seriam aplicadas somente nos casos onde as fundações sejam submetidas a pequenas amplitudes de vibração.

O método do semi-espço elástico admite uma base rígida, com conseqüente distribuição de pressões de contato apresentando valor elevado nos bordos, o que não é realista em muitos casos. Além disso, esta hipótese torna cada um dos seis modos de vibração independentes entre si, enquanto que nos casos práticos alguns deles são acoplados (translação horizontal e rotação). Estas considerações exigem adaptações deste método para aplicação a casos práticos de fundações de máquinas, conforme se verá no item III.3.2.

O método em que o solo é substituído por um sistema de molas lineares sem peso, despreza o seu efeito de amortecimento e a massa participante. Embora o amortecimento tenha um efeito considerável nas amplitudes de ressonância (no sentido da diminuição das amplitudes), ele poderá ser desprezado, a favor da segurança, desde que seja evitada a faixa de ressonância no projeto de fundações.

Os métodos citados anteriormente têm apresentado bons resultados para fundações com poucos graus de liberdade (em torno de 2). No caso de sistemas com vários graus de liberdade, a utilização dos métodos numéricos constitui, sem dúvida alguma, a melhor ferramenta para sua análise.

Neste trabalho será ensaiado e analisado um bloco submetido a dois casos de massas desbalanceadas, horizontal e vertical que, para o carregamento dinâmico vertical, tem um grau de liberdade (deslocamento vertical) e, para o carregamento dinâmico horizontal, tem dois graus de liberdade (deslocamento horizontal e rotação no plano de vibração). Não sendo

escopo deste trabalho o projeto estrutural propriamente dito da fundação, mas tão somente a determinação dos parâmetros dinâmicos, que podem ser obtidos mediante modelo com poucos graus de liberdade, os métodos numéricos não serão examinados.

### III.3.1. Método em que o Solo é Substituído por uma Mola Linear sem Peso.

Seja o esquema mostrado na Figura III.4, em que se tem vibrações simultâneas, do tipo forçada, de rotação, horizontal (deslissamento) e vertical atuando numa fundação maciça. Todos os esforços estão atuando no centro de gravidade do conjunto máquina-fundação (CG), que se encontra situado numa linha vertical que passa pelo centro de gravidade da base da fundação (CG<sub>0</sub>).

Em regime estacionário se tem:

$$\text{Força vertical} : P_z(t) = P_z \sin \omega t \quad (\text{III.1})$$

$$\text{Força horizontal} : P_x(t) = P_x \sin \omega t \quad (\text{III.2})$$

$$\text{Momento} : M_y(t) = M_y \sin \omega t \quad (\text{III.3})$$

Para um sistema de coordenadas com origem no CG, os seguintes deslocamentos podem ocorrer: Z na direção vertical, X<sub>0</sub> na direção horizontal e  $\phi_y$  rotação em torno do eixo dos Y. De acordo com o Princípio de D'Alembert, as equações do movimento podem ser escritas:

$$\text{- na direção Z: } m\ddot{Z} = \Sigma F_z(t) \quad (\text{III.4})$$

$$\text{- na direção X: } m\ddot{X} = \Sigma F_x(t) \quad (\text{III.5})$$

$$\text{- rotação em torno de Y: } M_m \ddot{\phi}_y = \Sigma M_y(t) \quad (\text{III.6})$$

onde:

m : massa do conjunto máquina-fundação

M<sub>m</sub> : momento de inércia da massa  $\underline{m}$  em torno do eixo dos Y (eixo perpendicular ao plano de vibrações passando pelo CG)

Sejam  $K_z$ ,  $K_x$  e  $K_{\phi_y}$ , respectivamente, as rigidezes do suporte elástico à compressão vertical, ao cisalhamento horizontal e à rotação em torno do eixo dos Y; as forças e momentos atuando na posição deslocada da fundação serão agora definidas:

a) Devido ao deslocamento vertical  $Z$ , a reação será:

$$F_z = - K_z Z \quad (\text{III.7})$$

b) O deslocamento do CG devido a rotação origina um momento  $M_w$  em torno de Y:

$$M_w = W L \phi_y \quad (\text{III.8})$$

c) Reação horizontal  $F_x$  devido a resistência elástica do solo:

$$F_x = - K_x X_o \quad (\text{III.9a})$$

ou

$$F_x = - K_x (X - L \phi_y) \quad (\text{III.9b})$$

d) Momento de  $F_x$  em torno de CG:

$$M_x = K_x (X - L \phi_y) L \quad (\text{III.10})$$

e) Momento de reação do solo devido a rotação em torno do CG:

$$M_{\phi_y} = - K_{\phi_y} \phi_y \quad (\text{III.11})$$

Como as forças  $P_z(t)$  e  $P_x(t)$  e o momento  $M_y(t)$  foram considerados positivos naquele instante particular e, voltando as equações III.4, III.5 e III.6, pode-se escrever:

$$m \ddot{Z} = \Sigma F_z(t) \quad (\text{III.4})$$

$$m \ddot{Z} = -K_z Z + P_z(t)$$

$$m \ddot{Z} + K_z Z = P_z \text{ sen } \omega t \quad (\text{III.12})$$

$$m \ddot{X} = \Sigma F_x(t) \quad (\text{III.5})$$

$$m \ddot{X} = -K_x(X - L \phi_y) + P_x(t)$$

$$m \ddot{X} + K_x(X - L \phi_y) = P_x \text{ sen } \omega t \quad (\text{III.13})$$

$$M_m \ddot{\phi}_y = \Sigma M_y(t) \quad (\text{III.6})$$

$$M_m \ddot{\phi}_y = W L \phi_y + K_x(X - L \phi_y)L - K \phi_y I_y + M_y(t)$$

$$M_m \ddot{\phi}_y + K \phi_y I_y - K_x(X - L \phi_y)L - W L \phi_y = M_y \text{ sen } \omega t \quad (\text{III.14})$$

Pode ser visto que a equação III.12 representa a translação vertical segundo o eixo dos Z e é independente das coordenadas X e  $\phi_y$ , enquanto que as equações III.13 e III.14 representam, respectivamente, o deslizamento horizontal e rotação contendo as coordenadas X e  $\phi_y$ . A solução da equação III.12 é independente e é assinalada a um SUGL; as equações III.13 e III.14 formam um sistema acoplado.

Antes da resolução das equações III.12 e III.14 será introduzido o conceito de rigidez de uma mola linear. Na Figura III.5 pode ser visto uma fundação submetida a vibrações independentes (vertical, horizontal e rotação), cujas tensões sob a base da fundação são de: compressão uniforme (Figura III.5a), cisalhamento uniforme (Figura III.5b) e compressão não uniforme (Figura III.5c).

Os correspondentes parâmetros dinâmicos do solo podem então ser definidos como:

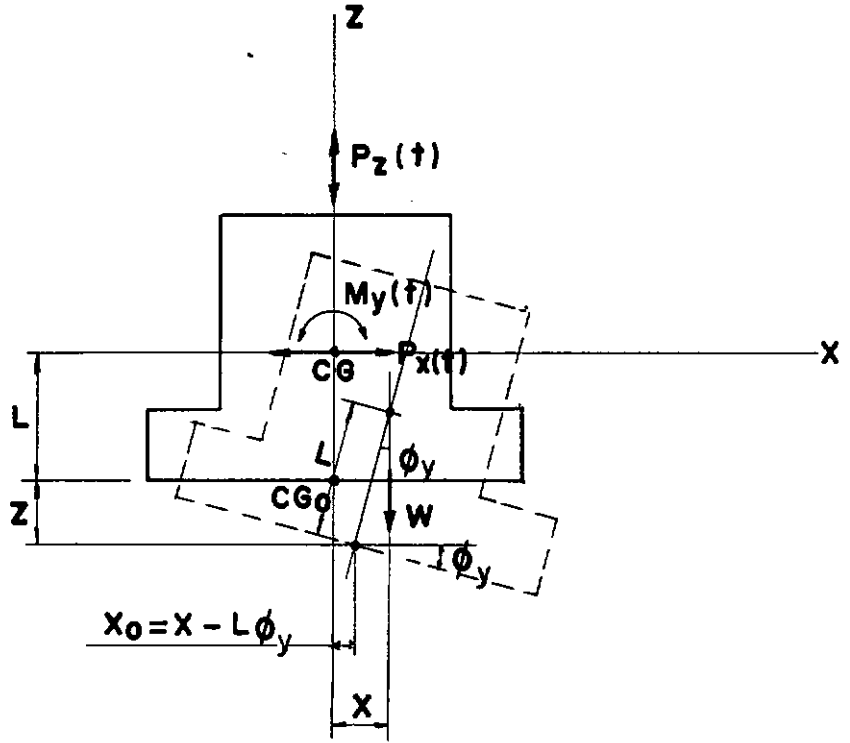


Figura III.4 - Deslocamento de uma fundação sob forças oscilantes no plano  $X-Z$ .

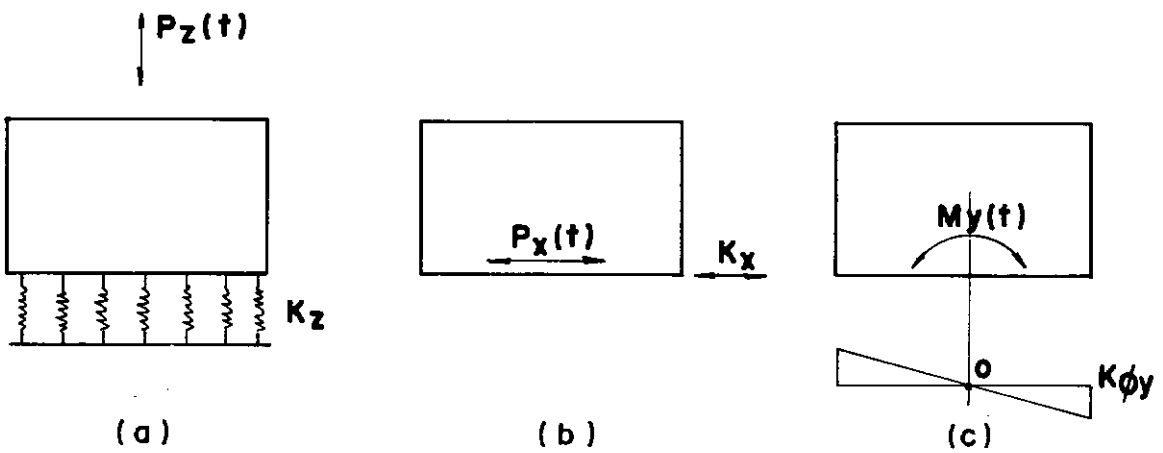


Figura III.5 - Vibrações de uma fundação maciça em modos desacoplados; (a) vibração vertical; (b) translação horizontal; (c) rotação.

a) Coeficiente de compressão elástica uniforme ( $C_z$ )

$$C_z = \frac{\text{compressão uniforme (p)}}{\text{recalque elástico (S}_e\text{)}} \quad (\text{III.15a})$$

Da definição da rigidez  $K_z$ :

$$K_z = \frac{\text{carga}}{\text{recalque elástico}} = \frac{pA}{S_e}$$

$$K_z = C_z A \quad (\text{III.15b})$$

A: área da base da fundação

b) Coeficiente de cisalhamento elástico uniforme ( $C_x$ ):

$$C_x = \frac{\text{cisalhamento uniforme}}{\text{deslocamento cisalhante elástico}} = \frac{\tau}{S'_e} \quad (\text{III.15c})$$

$$K_x = \frac{\tau A}{S'_e}$$

$$K_x = C_x A \quad (\text{III.15d})$$

c) Coeficiente de compressão elástica não uniforme ( $C_{\phi y}$ ):

$$K_{\phi y} = C_{\phi y} I_y \quad (\text{III.15e})$$

onde  $I_y$  é o momento de inércia da área de contato da fundação em torno de um eixo que passa por  $CG_0$  e perpendicular ao plano de vibrações.

Visto que a deformação elástica não é uniforme como nos casos anteriores, não é simples definir o parâmetro  $C_{\phi y}$ . Entretanto alguns autores discutiram as relações entre  $C_z$ ,  $C_x$  e  $C_{\phi y}$  para fins de análise de projeto de fundações de máquinas; Barkan (1962) recomenda que:

$$C_z = 2 C_x \quad (\text{III.16})$$

$$C_{\phi y} = 2 C_z = 4 C_x \quad (\text{III.17})$$

e a Norma Indiana IS 5249 (Prahash, 1981)

$$C_z = 1,73 C_x \quad (\text{III.18})$$

$$C_{\phi y} = 2 C_z = 3,46 C_x \quad (\text{III.19})$$

Introduzindo nas equações III.12, III.13 e III.14 os valores de  $K_z$ ,  $K_x$  e  $K_{\phi y}$  assim definidos, teremos:

$$m \ddot{Z} + C_z \cdot A Z = P_z \sin \omega t \quad (\text{III.20})$$

$$m \ddot{X} + C_x A (X - L \phi_y) = P_x \sin \omega t \quad (\text{III.21})$$

$$M_m \ddot{\phi}_y + \phi_y (-WL + C_x AL^2 + C_{\phi y} I_y) - C_x ALX = M_y \sin \omega t \quad (\text{III.22})$$

(1) Solução da equação III.20 (p. ex. Barkan, 1962)

A frequência natural é definida como aquela em que o sistema vibraria quando submetido a vibrações livres (vibrações sem aplicação de força externa); então a equação III.20 poderá ser escrita:

$$m \ddot{Z} + C_z A Z = 0 \quad (\text{III.23})$$

A solução desta equação é da forma:

$$Z = Z \sin (\omega_{nz} t + \alpha) \quad (\text{III.24})$$

onde  $Z$  é uma constante arbitrária,  $\omega_{nz}$  é a frequência natural circular na direção  $Z$  e  $\alpha$  a diferença de fase entre a força de excitação e o deslocamento.

Derivando (III.24), tem-se:

$$\ddot{Z} = -\omega_{nz}^2 Z \sin (\omega_{nz} t + \alpha)$$

Substituindo em (III.23):

$$m \left[ -\omega_{nz}^2 Z \sin(\omega_{nz} t + \alpha) \right] + C_z A \left[ Z \sin(\omega_{nz} t + \alpha) \right] = 0$$

$$Z \sin(\omega_{nz} t + \alpha) \left[ -m \omega_{nz}^2 + C_z A \right] = 0$$

$$-m \omega_{nz}^2 + C_z A = 0$$

$$\omega_{nz} = \sqrt{\frac{C_z A}{m}} \quad (\text{III.25})$$

fazendo  $\omega_{nz} = 2 \pi f_{nz}$  (III.26)

onde  $f_{nz}$ , é a frequência natural linear na direção vertical, tem-se:

$$f_{nz} = \sqrt{\frac{C_z A}{4 \pi^2 m}} \quad (\text{III.27})$$

Substituindo a equação III.25 em III.20, pode-se reescrevê-la da seguinte forma:

$$m \ddot{Z} + \omega_{nz}^2 m Z = P \sin \omega t \quad (\text{III.28})$$

A solução desta equação fornece a amplitude vertical  $A_z$  do movimento submetido a vibrações forçadas; no caso de vibrações em regime estacionário, tem-se:

$$Z = A_z \sin(\omega t + \alpha) \quad (\text{III.29})$$

onde  $A_z$  é a amplitude e  $\omega$  a rotação angular.

Derivando, tem-se:

$$\ddot{Z} = -\omega^2 A_z \sin(\omega t + \alpha)$$



Voltando em III.28, tem-se

$$-\omega^2 A_z m \sin(\omega t + \alpha) + \omega_{nz}^2 m A_z \sin(\omega t + \alpha) = P_z \sin(\omega t + \alpha)$$

$$A_z \sin(\omega t + \alpha) (-\omega^2 m + \omega_{nz}^2 m) = P_z \sin(\omega t + \alpha)$$

como  $\sin \omega t \neq 0$ :

$$A_z (-\omega^2 m + \omega_{nz}^2 m) = P_z$$

$$A_z = \frac{P_z}{m(\omega_{nz}^2 - \omega^2)} \quad (\text{III.30})$$

Fazendo  $\eta = \frac{\omega}{\omega_{nz}}$  e substituindo em III.30, tem-se:

$$A_z = \frac{P_z}{m \omega_{nz}^2 (1 - \eta^2)} = \frac{P_z}{C_z A (1 - \eta^2)} = \frac{P_z}{K_z (1 - \eta^2)}$$

ou

$$A_z = \frac{A_z(\text{estático})}{1 - \eta^2} \quad (\text{III.31})$$

No caso  $\eta = 1$ , a amplitude  $A_z$  torna-se infinita e caracteriza o chamado "estágio de ressonância". Entretanto, na prática, a amplitude de vibração é finita por causa do amortecimento que é inerente a qualquer sistema físico; além disso um projeto de fundações de máquinas bem elaborado conduz  $\eta \neq 1$ , ou seja, fora da faixa de ressonância.

(2) Solução das equações III.21 e III.22.

As frequências naturais do sistema de vibração representado por estas equações, podem ser obtidas igualando a zero estas equações, ou seja:

$$m \ddot{X} + C_x A (X - L \phi_y) = 0 \quad (\text{III.32})$$

$$M_m \ddot{\phi}_y + (-WL + C_x AL^2 + C_{\phi y} I_y) \phi_y - C_x ALX = 0 \quad (\text{III.33})$$

As soluções das equações III.32 e III.33 são da forma:

$$X = \chi \sin(\omega_n t + \alpha) \quad (\text{III.34a})$$

$$\phi_y = \phi_y \sin(\omega_n t + \alpha) \quad (\text{III.34b})$$

onde  $\chi$ ,  $\phi_y$  e  $\alpha$  são constantes arbitrárias caracterizadas pelas condições iniciais do movimento.

Derivando (III.34), tem-se:

$$\ddot{X} = -\chi \omega_n^2 \sin(\omega_n t + \alpha)$$

$$\ddot{\phi}_y = -\phi_y \omega_n^2 \sin(\omega_n t + \alpha)$$

Substituindo em III.32 e III.33, tem-se:

$$\chi(C_x A - m \omega_n^2) - C_x A L \phi_y = 0 \quad (\text{III.35a})$$

$$-C_x A L \chi + \phi_y(C_x A L^2 + C_{\phi y} I_y - WL - M_m \omega_n^2) = 0 \quad (\text{III.35b})$$

O sistema de equações homogêneas III.35 em  $\chi$  e  $\phi_y$ , admitirá uma solução não trivial (pelo menos uma das incógnitas diferente de zero) desde que o determinante do sistema seja nulo:

$$(C_x A - m \omega_n^2)(C_x A L^2 + C_{\phi y} I_y - WL - M_m \omega_n^2) - C_x^2 A^2 L^2 = 0 \quad (\text{III.36})$$

Esta condição permitirá a determinação dos valores das frequências naturais  $\omega_n$ :

$$C_x A (C_{\phi y} I_y - WL) - C_x A M_m \omega_n^2 - C_x A L^2 m \omega_n^2 - m \omega_n^2 (C_{\phi y} I_y - WL) + m M_m \omega_n^4 = 0$$

Dividindo por  $m M_m$  e rearranjando, tem-se:

$$\omega_n^4 - \left( \frac{C_{\phi y} I_y - WL}{M_m} + \frac{C_x A}{m} \cdot \frac{M_m + mL^2}{M_m} \right) \omega_n^2 + \frac{C_x A}{m} \left( \frac{C_{\phi y} I_y - WL}{M_m} \right) = 0 \quad (\text{III.37})$$

$$M_{mo} = M_m + mL^2$$

$M_{mo}$  : momento de inércia de massa  $m$ , em torno de um eixo passando pelo centro de gravidade da área de contato da fundação e perpendicular ao plano de vibrações.

Fazendo  $\frac{M_m}{M_{mo}} = \delta$ , pode-se reescrever a equação III.37:

$$\omega_n^4 - \left( \frac{C_{\phi y} I_y - WL}{M_{mo}} + \frac{C_x A}{m} \right) \frac{\omega_n^2}{\delta} + \frac{C_x A}{m} \left( \frac{C_{\phi y} I_y - WL}{\delta M_{mo}} \right) = 0 \quad (\text{III.38})$$

No caso de se ter somente vibrações horizontais a equação III.21, torna-se igual a:

$$m \ddot{X} + C_x A X = P_x \sin \omega t \quad (\text{III.39})$$

cujas solução fornece a frequência natural  $\omega_{nx}$ :

$$\omega_{nx} = \sqrt{\frac{C_x A}{m}} \quad (\text{III.40})$$

Para o caso de rotação pura a equação III.22 pode ser reescrita como:

$$M_{mo} \ddot{\phi}_y + (C_{\phi y} I_y - WL) \phi_y = M_y \sin \omega t \quad (\text{III.41})$$

fornece a frequência natural  $\omega_{n\phi y}$ :

$$\omega_{n\phi y} = \sqrt{\frac{C_{\phi y} I_y - WL}{M_{mo}}} \quad (\text{III.42})$$

Entrando com as equações III.40 e III.42 em III.38, tem-se;

$$\omega_n^4 - \frac{\omega_{n\phi y}^2 + \omega_{nx}^2}{\delta} \cdot \omega_n^2 + \frac{\omega_{n\phi y}^2 \cdot \omega_{nx}^2}{\delta} = 0 \quad (\text{III.43})$$

Esta equação terá duas raízes positivas  $\omega_{n_1}$  e  $\omega_{n_2}$  ( $\omega_{n_1} > \omega_{n_2}$ ) correspondendo as duas frequências naturais principais do sistema. Pode ser demonstrado que a menor das duas frequências naturais ( $\omega_{n_2}$ ) é menor do que a menor das duas frequências naturais limites  $\omega_{nx}$  e  $\omega_{n\phi y}$  e a maior ( $\omega_{n_1}$ ) é sempre maior do que  $\omega_{nx}$  e  $\omega_{n\phi y}$ .

As raízes da equação III.43, são:

$$\omega_{n_{1,2}}^2 = \frac{1}{2\delta} \left[ \omega_{n\phi x}^2 + \omega_{nx}^2 \pm \sqrt{(\omega_{n\phi y}^2 + \omega_{nx}^2)^2 - 4\delta \omega_{n\phi y}^2 \cdot \omega_{nx}^2} \right] \quad (\text{III.44})$$

As amplitudes do movimento poderão ser determinadas admitindo-se a atuação isolada da força  $P_x \sin \omega t$  e, posteriormente, do momento  $M_y \sin \omega t$ .

a) Atuando somente  $P_x \sin \omega t$

As equações III.21 e III.32, tornam-se:

$$m \ddot{X} + C_x A (X - L\phi_y) = P_x \sin \omega t \quad (\text{III.45a})$$

$$M_m \ddot{\phi}_y + \phi_y (-WL + C_x AL^2 + C_{\phi y} I_y) - C_x ALX = 0 \quad (\text{III.45b})$$

Adotando as soluções particulares:

$$X = A_x \sin \omega t \quad (\text{III.46a})$$

$$\phi_y = A_{\phi y} \sin \omega t \quad (\text{III.46b})$$

onde  $A_x$  e  $A_{\phi y}$  são as amplitudes máximas horizontal e de rotação.

Substituindo as equações (III.46) e suas derivadas com relação ao tempo em (III.45) tem-se, após algumas simplificações, um sistema de equações em  $A_x$  e  $A_{\phi y}$ :

$$(C_x A - m \omega^2) A_x - C_x AL A_{\phi y} = P_x \quad (\text{III.47a})$$

$$- C_x AL A_x + (C_x AL^2 + C_{\phi y} I_y - WL - M_m \omega^2) = 0 \quad (\text{III.47b})$$

Resolvendo o sistema acima, tem-se:

$$A_x = \frac{C_x AL^2 + C_{\phi y} I_y - WL - M_m \omega^2}{\Delta(\omega^2)} \cdot P_x \quad (\text{III.48})$$

$$A_{\phi y} = \frac{C_x AL}{\Delta(\omega^2)} \cdot P_x \quad (\text{III.49})$$

$$\text{sendo } \Delta(\omega^2) = m M_m (\omega_{n_1}^2 - \omega^2)(\omega_{n_2}^2 - \omega^2) \quad (\text{III.50})$$

b) Atuando somente  $M_y \sin \omega t$

As equações (III.21) e (III.32), tornam-se:

$$m \ddot{X} + C_x A (X - L \phi_y) = 0 \quad (\text{III.51a})$$

$$M_m \ddot{\phi}_y + (-WL + C_x AL^2 + C_{\phi y} I_y) \phi_y - C_x ALX = M_y \sin \omega t \quad (\text{III.51b})$$

Adotando as mesmas soluções particulares dadas em (III.46), pode ser mostrado que a solução do sistema de equações (III.51) é:

$$A_x = \frac{C_x AL}{\Delta(\omega^2)} \cdot M_y \quad (\text{III.52})$$

$$A_{\phi y} = \frac{C_x A - m \omega^2}{\Delta(\omega^2)} \cdot M_y \quad (\text{III.53})$$

Quando da atuação simultanea da força horizontal e do momento, as amplitudes do movimento podem ser definidas efetuando-se a superposição dos resultados encontrados nas equações (III.48), (III.49), (III.52) e (III.53), ou seja:

$$A_x = \frac{(C_x AL^2 + C_{\phi y} I_y - WL - M_m \omega^2) P_x + C_x AL M_y}{(\Delta \omega^2)} \quad (\text{III.54})$$

$$A_{\phi y} = \frac{C_x A L P_x + (C_x A - m\omega^2) M_y}{(\Delta\omega^2)} \quad (\text{III.55})$$

### III.3.2. Método do Semi-Espaço Elástico\*

A base teórica para este método foi estabelecida por R  issner (1936), estudando a resposta dinâmica de uma fund  o suportada por um semi-espço elástico. A fund  o vibra   foi representada por uma massa oscilante que produzia uma pressão vertical periódica uniformemente distribuída sobre uma área circular de raio  $r_0$  sobre a superfície deste semi-espço.

Os parâmetros necessários para descrever as propriedades do semi-espço elástico, ou seja do terreno de fund  o, são o módulo de elasticidade  $E$ , o módulo cisalhante  $G$ , o coeficiente de Poisson  $\nu$  e a densidade  $\rho$  ( $\rho = \gamma/g$  onde  $\gamma$     o peso específico do solo e  $g$  acelera  o da gravidade). No caso deste método o módulo  $G$     o mesmo quer o estado de cisalhamento seja uniforme ou não; o mesmo acontece com  $E$  quer a compressão seja uniforme ou não. Este conceito    totalmente diferente daquele exposto em III.3.1, onde as constantes do solo caracterizando as tensões sob a fund  o e as correspondentes deforma  es elásticas são diferentes em cada caso (equa  es III.15). Assim as constantes  $C_z$  e  $C_x$  definidas em III.3.1 são, respectivamente, análogas a  $E$  e  $G$ .

A utiliza  o da teoria do semi-espço elástico para análise e projeto de fund  es submetidas a vibra  es tem sido descrita por Richart (1962), Richart e Whitman (1967) e Richart, Hall e Woods (1970). A seguir apresenta-se de forma resumida esta teoria para os tres modos de vibra  o: vertical, horizontal e rota  o.

---

\* Este item foi calcado no livro de Richart et al. (1970)

## Vibração Vertical

A solução analítica obtida por Reissner para o deslocamento vertical periódico  $z$ , no centro de uma área circular flexível carregada dinamicamente (Figura III.6a), é dada por:

$$z = \frac{Q_0 e^{i\omega t}}{G r_0} (F_1 + iF_2) \quad (\text{III.56})$$

onde:

$Q_0$  : amplitude da força total atuando na área circular

$\omega$  : frequência circular da força aplicada

$G$  : módulo cisalhante do semi-espço

$r_0$  : raio da área circular

$F_1$  e  $F_2$  : funções deslocamentos de Reissner

Seja a fundação circular flexível de peso  $W$  ( $W$  corresponde ao peso da fundação e do mecanismo de vibração), assentada no semi-espço elástico e submetido a uma vibração por uma força de valor  $Q_0 e^{i(\omega t + \alpha)}$ , onde  $\alpha$  é a diferença de fase entre a força de excitação e o deslocamento da fundação (Figura III.6b).

Usando a equação (III.56), Reissner obteve as seguintes relações:

$$A_z = \frac{Q_0}{G r_0} \cdot Z \quad (\text{III.57})$$

onde  $A_z$  é a amplitude do movimento e  $Z$  é o coeficiente adimensional da amplitude definido por:

$$Z = \sqrt{\frac{F_1^2 + F_2^2}{(1 - b A_0^2 F_1)^2 + (b A_0^2 F_2)^2}} \quad (\text{III.58})$$

onde  $b$  e  $A_0$  são, respectivamente, os coeficientes dimensionais da massa  $m$  ( $m = W/g$ ) e da frequência  $\omega$ :

$$b = \frac{m}{\rho r_0^3} = \frac{W}{g} \cdot \frac{1}{(\gamma/g)} \cdot \frac{1}{r_0^3} = \frac{W}{\gamma r_0^3} \quad (\text{III.59})$$

$$\ddot{a}_0 = \omega r_0 \sqrt{\frac{\rho}{G}} = \frac{\omega r_0}{v_s} \quad (\text{III.60})$$

$v_s$ : velocidade de propagação da onda cisalhante no semi-espaço elástico.

A equação (III.59) relaciona a massa de um corpo submetido ao movimento vertical e uma massa particular do semi-espaço elástico.

Quinlan e Sung (Richart, 1962) estenderam o trabalho clássico de Reissner para os casos de fundações circulares rígidas cuja distribuição da pressão de contato, não é mais uniforme, para as fundações flexíveis e para os tipos de fundações cuja distribuição da pressão de contato, é parabólica (Figura III.7). A distribuição da pressão de contato para os tres casos pode ser expressa como:

(a) para as fundações circulares flexíveis

$$q = \frac{Q_0 e^{i(\omega t + \alpha)}}{\pi r_0^2} \quad \text{para } r \leq r_0 \quad (\text{III.61a})$$

(b) para as fundações circulares rígidas

$$q = \frac{Q_0 e^{i(\omega t + \alpha)}}{2\pi r_0 \sqrt{r_0^2 - r^2}} \quad \text{para } r \leq r_0 \quad (\text{III.61b})$$

(c) para as fundações com distribuição da pressão de contato parabólica

$$q = \frac{2(r_0^2 - r^2)Q_0 e^{i(\omega t + \alpha)}}{\pi r_0^4} \quad \text{para } r \leq r_0 \quad (\text{III.61c})$$



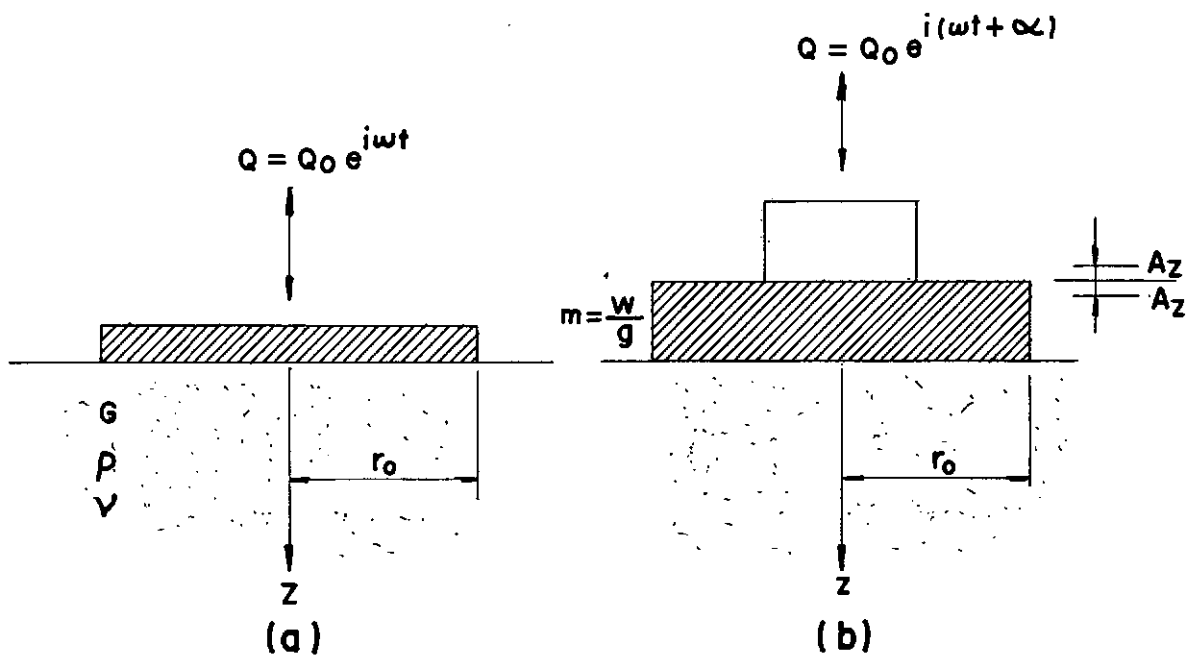


Figura III.6 - (a) vibração de uma área circular flexível carregada uniformemente; (b) fundação circular flexível submetida a vibração forçada.

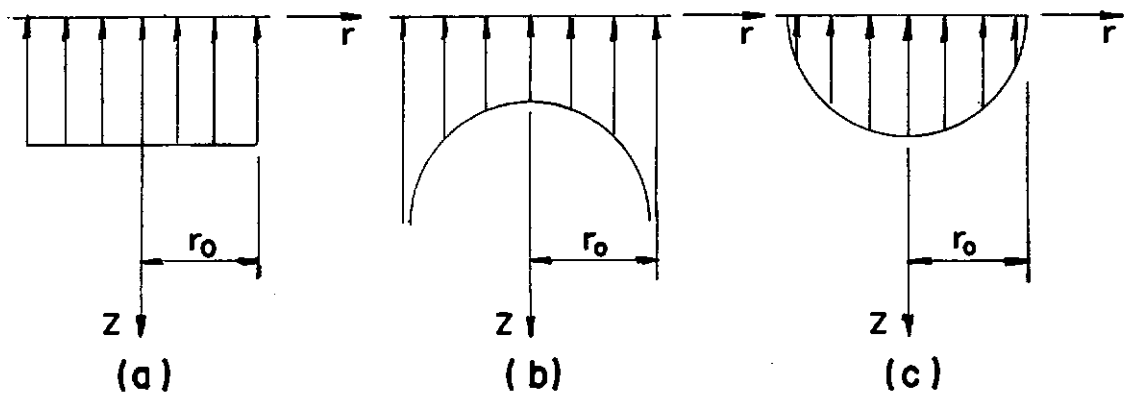


Figura III.7 - Distribuição da pressão de contato sob uma fundação circular de raio  $r_0$ : (a) distribuição de pressão uniforme; (b) distribuição sob uma fundação rígida; (c) distribuição de pressão parabólica.

$q$  : pressão de contato

$r$  : distância medida do centro da fundação.

Para o caso de uma fundação rígida submetida a uma força constante  $Q_0 e^{i(\omega t)}$ , a amplitude do movimento poderá também ser determinada com as equações (III.57) a (III.60). Os valores das funções deslocamento ( $F_1$  e  $F_2$ ) para os casos das fundações flexíveis e rígidas são dadas na Tabela III.2, como séries de potências de  $a_0$ .

No caso de forças de excitação dependentes da frequência de rotação (massas rotativas), mostrado na Figura III.8, a amplitude destas forças é dada por:

$$Q_0 = 2m_1 e \omega^2 = m_e e \omega^2 \quad (\text{III.62})$$

onde  $m_e$  é a massa total de rotação,  $e$  a excentricidade e  $\omega$  a frequência circular da massa.

Para esta condição, a amplitude de vibração  $A_z$  é dada pela relação:

$$A_z = \frac{m_e \cdot e \omega^2}{G r_0} \sqrt{\frac{F_1^2 + F_2^2}{(1 - b a_0^2 F_1)^2 + (b a_0^2 F_2)^2}} \quad (\text{III.63})$$

A Figura III.9 mostra o efeito da distribuição da pressão de contato e do coeficiente de Poisson na resposta teórica de uma fundação submetida a vibração, para o caso de forças de excitação do tipo massa rotativa. Na Figura III.9a vê-se que, quando a carga é progressivamente concentrada próximo ao centro da área carregada, a amplitude é máxima enquanto que o correspondente coeficiente de frequência  $a_0$  é mínimo. Nos estudos realizados por Housner e Castellani (Richart et al., 1970), determinando as respostas das fundações sob as três pressões de contato para os deslocamentos médios balanceados, cujos picos das amplitudes estão representados por  $\bar{P}$ ,  $\bar{U}$  e  $\bar{R}$ , verifica-se ainda a mesma tendência.

Condição de cargas	$-F_1$	$F_2$
<b>Base rígida</b>		
$\mu = 0$	$0.250000 - 0.109375a_0^3 + 0.010905a_0^4$	$0.214474a_0 - 0.039416a_0^3 + 0.002444a_0^5$
$\mu = 0.25$	$0.187500 - 0.070313a_0^3 + 0.006131a_0^4$	$0.148594a_0 - 0.023677a_0^3 + 0.001294a_0^5$
$\mu = 0.50$	$0.125000 - 0.046875a_0^3 + 0.003581a_0^4$	$0.104547a_0 - 0.014717a_0^3 + 0.000717a_0^5$
<b>Carregamento uniforme</b>		
$\mu = 0$	$0.318310 - 0.092841a_0^2 + 0.007405a_0^4$	$0.214474a_0 - 0.029561a_0^3 + 0.001528a_0^5$
$\mu = 0.25$	$0.238733 - 0.059683a_0^2 + 0.004163a_0^4$	$0.148594a_0 - 0.017757a_0^3 + 0.000808a_0^5$
$\mu = 0.50$	$0.159155 - 0.039789a_0^2 + 0.002432a_0^4$	$0.104547a_0 - 0.011038a_0^3 + 0.000444a_0^5$

Tabela III.2 - Valores das Funções Deslocamentos de Reissner como Séries de Potência de  $a_0$  (apud Bowles, 1968)

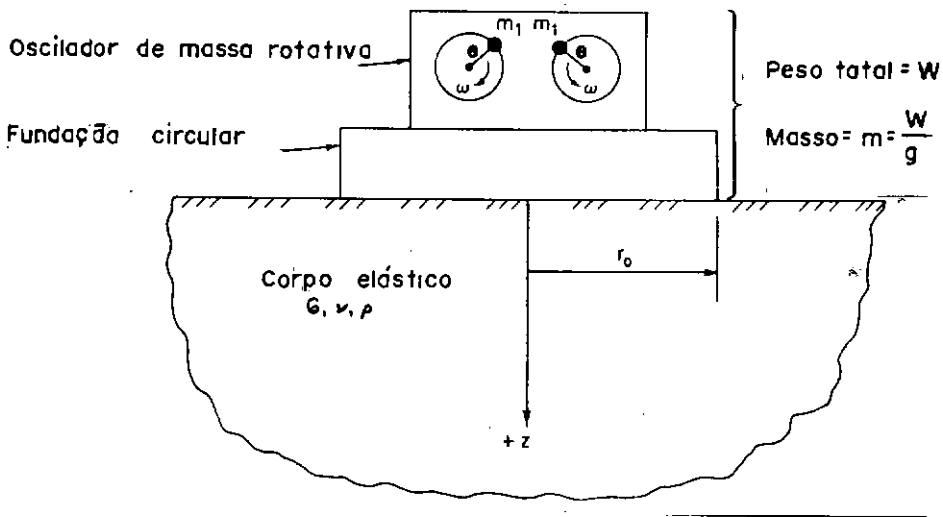


Figura III.8 - Oscilador de massa rotativa com uma fundação circular assentada sobre o semi-espaco elástico.

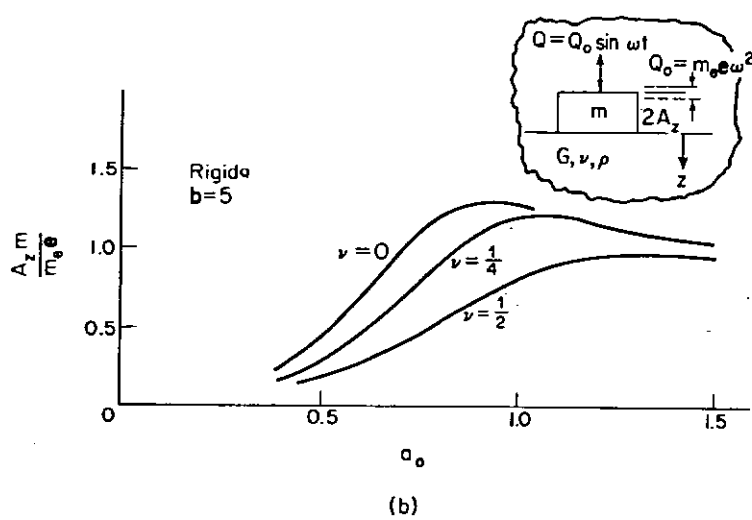
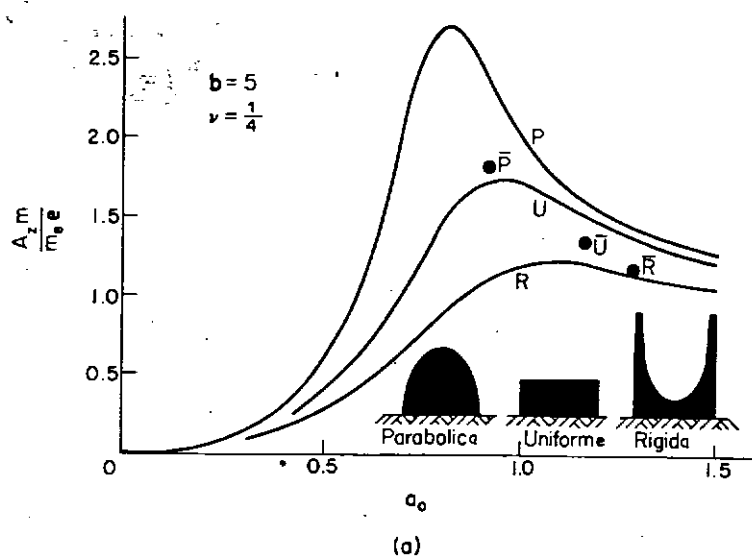


Figura III.9 - Efeito da distribuição de pressão e do coeficiente de Poisson nas curvas da resposta teórica para o movimento vertical da fundação (apud Richart et al., 1970).

A Figura III,9b mostra que quanto menor for o coeficiente de Poisson  $\nu$  maior será a amplitude do movimento e menor a frequência. Na teoria da mola linear (item III.3.1) a distribuição da pressão de contato não afeta a resposta dinâmica.

Lysmer (Richart et al., 1970) introduziu um coeficiente adimensional da massa modificada  $B_z$ , definido por:

$$B_z = \frac{1 - \nu}{4} \quad b = \frac{1 - \nu}{4} \cdot \frac{m}{\rho r_0^3} \quad (\text{III.64})$$

Com este coeficiente ele reescreveu as equações III.57 e III.63, na seguinte forma:

$$A_z = \frac{(1 - \nu) Q_0}{4 G r_0} M \quad (\text{III.65})$$

$$A_z = \frac{m_e \cdot e}{m} \cdot M_r \quad (\text{III.66})$$

onde  $M$  e  $M_r$  são os fatores de amplificação equivalentes aos deslocamentos estáticos produzidos por  $Q_0$  constante e  $Q_0 = m_e \omega^2$ , respectivamente.

Na Figura III.10, estão plotados os valores de  $B_z$  vs.  $a_{om}$  e  $B_z$  vs.  $M_m$  ou  $M_{rm}$ , que servem para avaliar a máxima amplitude do movimento vertical de uma fundação circular rígida e a frequência correspondente (frequência natural), tanto para o caso de uma força constante quanto para uma massa rotativa.

No caso de uma fundação retangular de dimensões  $B$  e  $L$ , o raio equivalente pode ser determinado como:

$$r_0 = \sqrt{\frac{BL}{\pi}} \quad (\text{III.67})$$

Experiências realizadas por Chae (Richart et al., 1970), mostraram que a utilização de um raio equivalente é razoável para a determinação da frequência de ressonância e conservativa para a amplitude de vibrações.

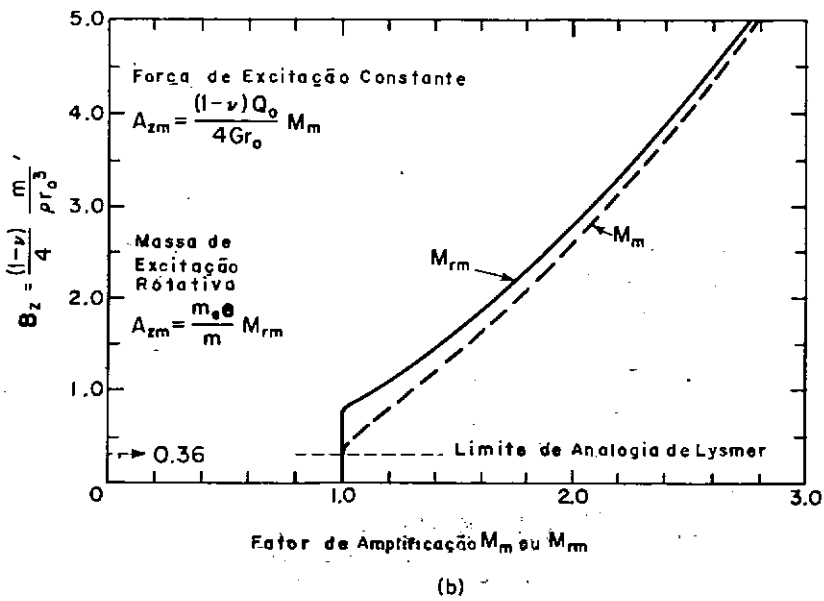
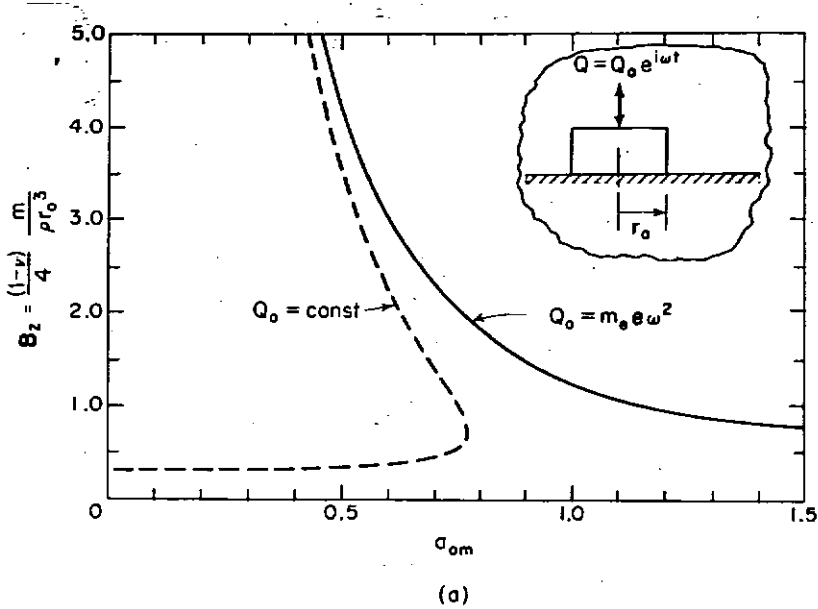


Figura III.10 - Oscilação vertical de fundação circular rígida sobre o semi-espaco elástico: (a) coeficiente de massa vs. frequência adimensional na ressonância; (b) coeficiente de massa vs. fator de amplificação na ressonância (apud Richart, 1970).

### Vibrações Horizontal e por Rotação

As soluções analíticas para estas vibrações foram apresentadas por Arnold, Bycroft e Warburton (Richart et al., 1970) para uma fundação circular rígida apoiada no semi-espaco elástico. Sob condições dinâmicas os coeficientes adimensionais para as amplitudes de rotação e horizontal foram, respectivamente, definidos como:

$$B_{\phi y} = \frac{3(1-\nu)}{8} \cdot \frac{M_m}{G r_0^3} \quad (\text{III.68})$$

$$B_x = \frac{7-8\nu}{32(1-\nu)} \cdot \frac{m}{\rho r_0^3} \quad (\text{III.69})$$

onde  $M_m$  é o momento de inércia da massa  $m$  em torno do eixo que passa pelo centro de gravidade da base da fundação e é perpendicular ao plano de vibração.

No caso de fundações retangulares, os raios equivalentes a uma base circular são:

$$\text{- para rotação} \quad r_0 = \sqrt[4]{\frac{4 I_{oy}}{\pi}} \quad (\text{III.70})$$

$$\text{- para translação} \quad r_0 = \sqrt{\frac{BL}{\pi}} \quad (\text{III.71})$$

$I_{oy}$  : momento de inércia da área da base da fundação em torno do eixo passando pelo seu centro de gravidade e perpendicular ao plano de vibração.

$B, L$ : dimensões da base da fundação.

As Figuras III.11 e III.12 fornecem as máximas amplitudes e as respectivas frequências naturais para as vibrações de rotação e horizontal.

Entretanto, nos casos práticos, as vibrações de rotação e horizontal atuam de forma acoplada (Figura III.13). Desse modo a amplitude do movimento total é determinada por:

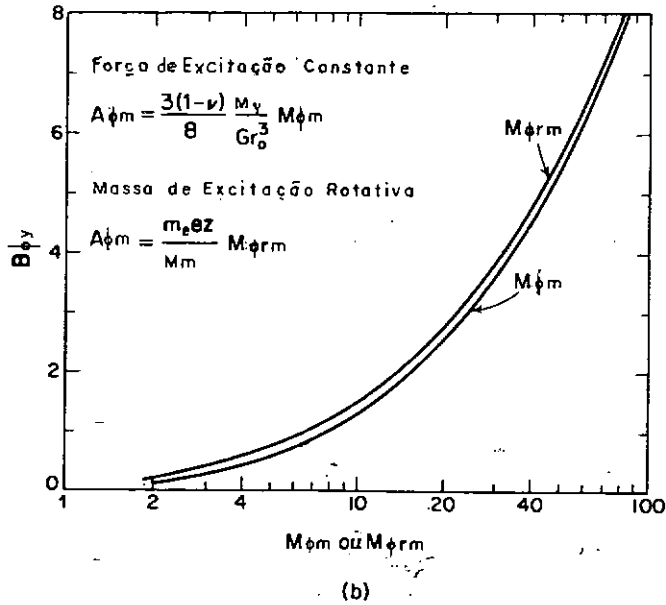
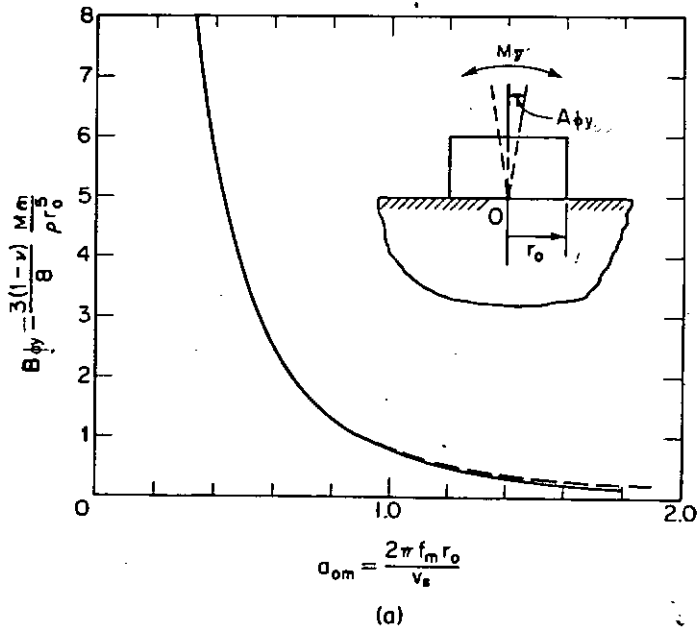
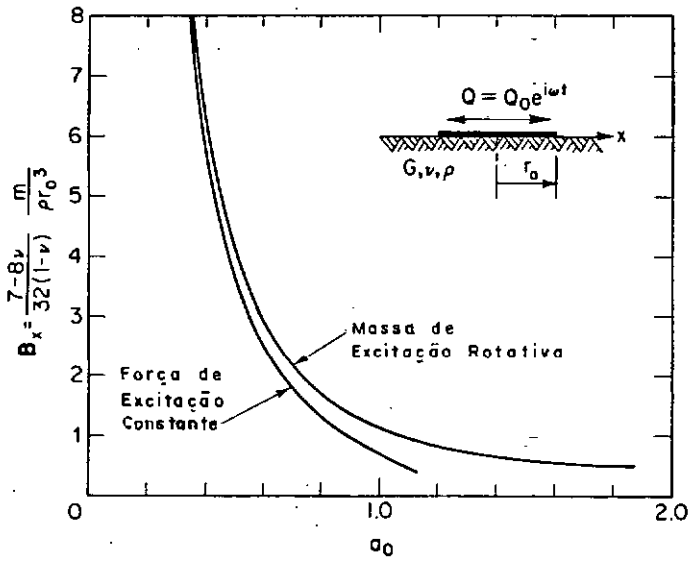
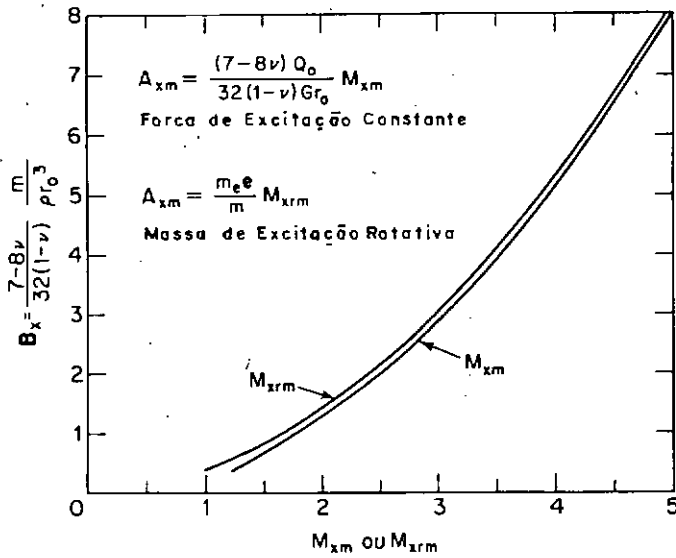


Figura III.11 - Rotação de fundações circulares rígidas apoiadas no semi-espaco elástico: (a) coeficiente de massa vs. frequência adimensional na ressonância; (b) coeficiente de massa vs. fator de amplificação na ressonância (apud Richart et al., 1970).





(a)



(b)

Figura III.12 - Oscilação horizontal de uma placa circular rígida sobre o semi-espaco elástico: (a) coeficiente de massa vs. frequência adimensional na ressonância; (b) coeficiente de massa vs. fator de amplificação na ressonância (apud Richart et al., 1970).

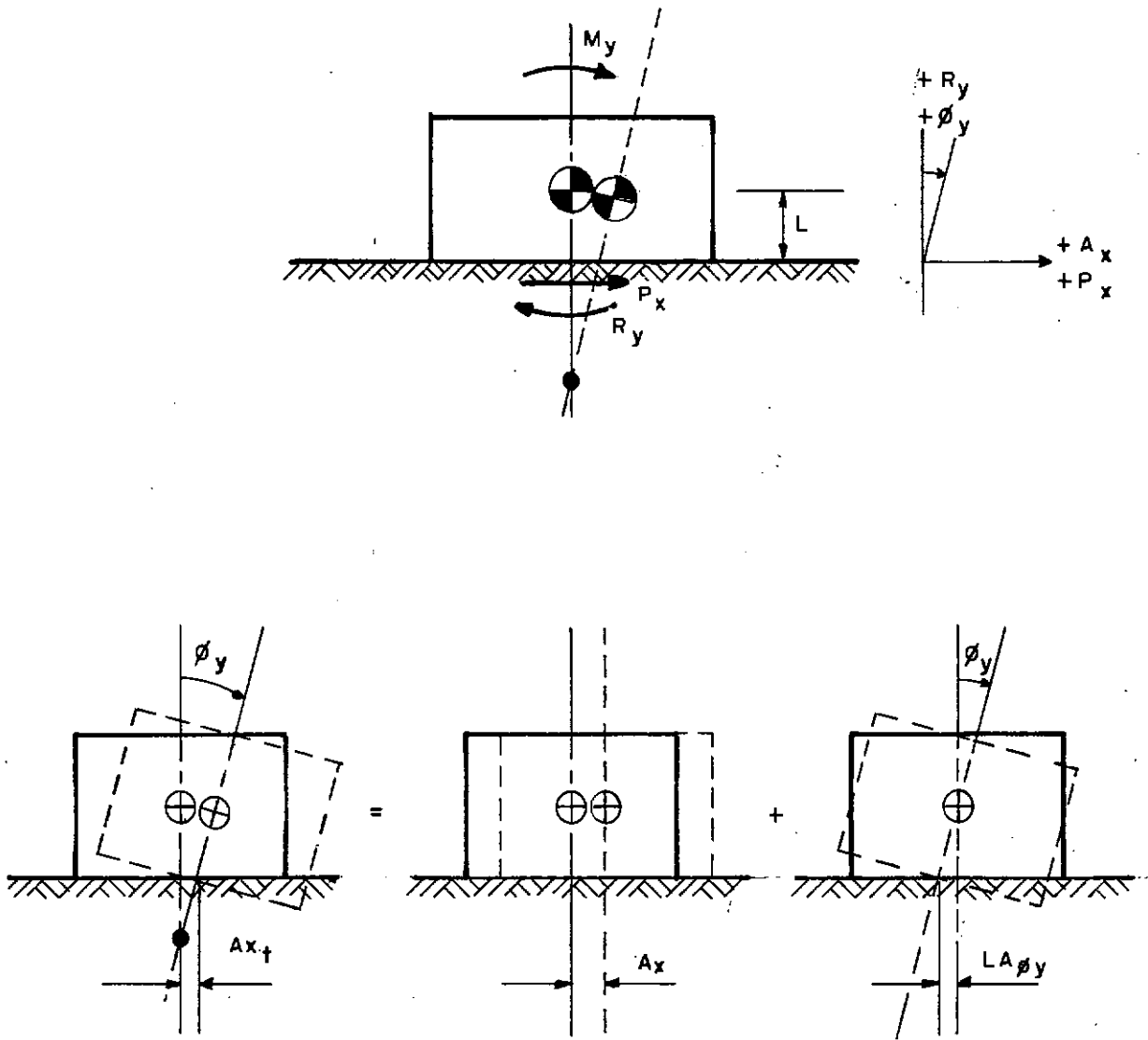


Figura III.13 - Vibração acoplada (translação e rotação) (apud Richart et al., 1970).

$$A_{xt} = A_x - L A_{\phi y} \quad (\text{III.72})$$

### III.4. AVALIAÇÃO DOS PARÂMETROS DO SOLO

#### III.4.1. Introdução

Os parâmetros do solo necessários para análise de fundações de máquinas podem ser determinados tanto no campo como no laboratório. Ensaio de laboratório têm a vantagem de controlar as condições de carregamento (frequência e caminhos de tensões), confinamento e tensões iniciais; porém, os efeitos de amostragem e manuseio da amostra impõem algumas limitações sobre os resultados, como em qualquer outro ensaio de laboratório, além da questão da representatividade da amostra. Deste modo, os ensaios de campo seriam os mais indicados; entretanto, os resultados de campo podem apresentar dificuldades de interpretação. O ideal seria realizar ambos os ensaios para selecionar as propriedades dinâmicas do solo para o projeto.

A teoria do semi-espaço elástico exige a determinação do módulo cisalhante  $G$  e do coeficiente de Poisson  $\nu$ . A teoria proposta por Barkan (1962), em que o solo é substituído por uma mola linear sem peso e não amortecida, necessita o conhecimento dos coeficientes de compressão elástica  $C_z$ , de cisalhamento elástico uniforme  $C_x$  e o de compressão elástica não uniforme  $C_{\phi y}$ . Esses parâmetros, que são função do tipo de solo e das dimensões e forma da fundação, são utilizados para avaliar a constante de mola do solo nos vários modos de vibração.

A seguir serão apresentados dois procedimentos para obtenção dos parâmetros dinâmicos no campo (itens III.4.2 e III.4.3).

### III.4.2. Determinação dos Parâmetros Dinâmicos do Solo Segundo Bärkan

Em provas de carga para determinação da pressão admissível de sapatas costuma-se estabelecer uma relação linear entre a pressão  $p_z$  aplicada e o recalque total  $r_t$ :

$$p_z = k r_t \quad (\text{III.73})$$

onde  $k$  é um coeficiente conhecido como módulo ou coeficiente de reação ou de recalque ("modulus of subgrade reaction").

O valor de  $k$  assim obtido não é uma propriedade física exclusiva do solo, ele depende também das dimensões e da forma da área carregada. Terzaghi (1955) recomenda algumas correções para este módulo:

(a) dimensões e forma da fundação

- solo arenoso

$$k_B = k_b \left( \frac{B + b}{2b} \right)^2 \quad (\text{III.74a})$$

$$k_{B \times L} = \frac{2}{3} k_B \times B \left( 1 + \frac{B}{2L} \right) \quad (\text{III.74b})$$

onde:

$B, L$  - são as dimensões da área da fundação ( $L > B$ )

$b$  - é a menor dimensão ou diâmetro da placa de ensaio

- solo argiloso

$$k_B = k_b \frac{b}{B} \quad (\text{III.74c})$$

$$k_{B \times L} = \frac{2}{3} k_B \times B \left( 1 + \frac{B}{2L} \right) \quad (\text{III.74d})$$

(b) efeito de profundidade

- solo arenoso

$$k_D = k_0 \left(1 + \frac{D}{B}\right) \quad (\text{III.74e})$$

D - profundidade da fundação

- solo argiloso

O módulo de reação varia muito pouco com a profundidade.

Barkan (1962) e outros investigaram o recalque de uma placa de  $1,4\text{m}^2$  sobre um solo tipo "loess" sob carregamentos e descarregamentos repetidos, que eram aumentados em cada estágio (Figura III.14). Com isto foi possível relacionar o recalque elástico com a máxima pressão uniforme em cada estágio de carregamento e descarregamento, verificando-se que existia uma relação linear definida por um coeficiente  $C_z$  (Figura III.15):

$$p_z = C_z r_e \quad (\text{III.75})$$

$r_e$  - recalque elástico da placa de ensaio

$C_z$  - coeficiente de proporcionalidade denominado "de compressão elástica uniforme" por Barkan

Comparando-se as equações (III.73) e (III.75), e levando em conta que  $r_t > r_e$ , conclui-se que  $C_z > k$ .

Os valores de  $C_z$  e  $k$  seriam constantes e independentes das condições de ensaios e da área e forma da base da fundação, se as pressões de contato permanecessem, também, constantes em qualquer ponto para uma fundação carregada uniformemente. Entretanto, sabe-se pela teoria da elasticidade que se o recalque de uma fundação é uniforme (fundações rígidas), as

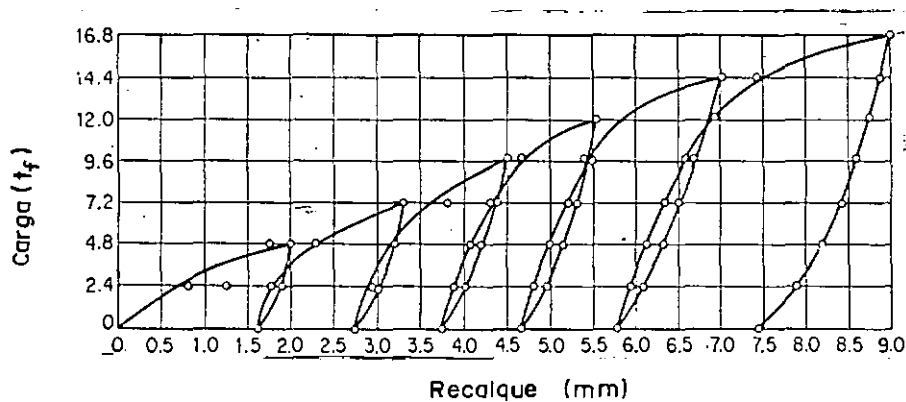


Figura III.14 - Resultados do ensaio de placa com  $1,4 \text{ m}^2$  sobre "loess" (apud Barkan, 1962).

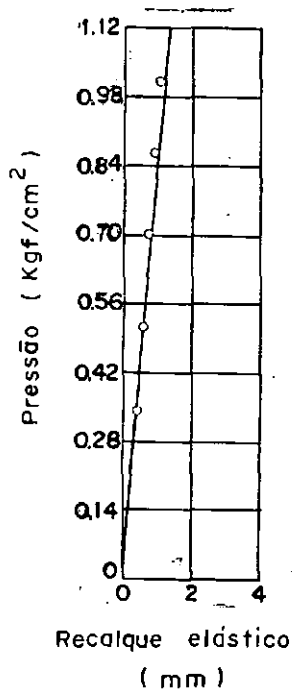


Figura III.15 - Avaliação dos "loops" de histerese da Figura III.14 (apud Barkan, 1962).

pressões de contato não são uniformemente distribuídas. No caso de fundações flexíveis uniformemente carregadas, as pressões de contato serão, também, uniformemente distribuídas, porém os recalques variarão. Assim como  $k$  e  $C_z$  são diretamente relacionados com os recalques, conclui-se que eles não dependem somente das constantes  $E$  e  $\nu$  que definem as propriedades elásticas do solo, mas também das dimensões e rigidez da fundação.

Partindo dos estudos realizados por Sadovsky (Barkân, 1962), para uma placa circular rígida, Barkân obteve a seguinte expressão para  $C_z^*$ :

$$C_z = 1,13 \frac{E}{1 - \nu^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{A}} \quad (\text{III.76})$$

onde  $A$  é a área da placa circular.

Para uma fundação flexível o  $C_z$  relaciona a pressão uniforme  $p_z$  com o valor do recalque médio  $r_m$ :

$$C_z = \frac{p_z}{r_m} \quad (\text{III.77})$$

O recalque médio  $r_m$ , para uma fundação flexível retangular de dimensões  $L$  e  $B$  ( $L > B$ ), foi obtido por Schleicher (Barkân, 1962)

$$r_m = \frac{1 - \nu^2}{E} \cdot \frac{\sqrt{A}}{C_s} \cdot p_z \quad (\text{III.78})$$

onde  $C_s$  é uma constante função da relação  $\alpha = \frac{L}{B}$

$$C_s = \frac{\pi \sqrt{\alpha}}{\ell_n \frac{\sqrt{1+\alpha^2} + \alpha}{\sqrt{1+\alpha^2} - \alpha} + \alpha \ell_n \frac{\sqrt{1+\alpha^2} + 1}{\sqrt{1+\alpha^2} - 1} - \frac{2}{3} \left[ (1+\alpha^2)^{3/2} \right] - \frac{1+\alpha^2}{\alpha}} \quad (\text{III.79})$$

Substituindo a equação (III.78) em (III.77), tem-se:

---

\* Esta expressão pode ser obtida também da expressão clássica de Schleicher:  $r = 0,785 p D \frac{1 - \nu^2}{E}$

$$C_z = \frac{E}{1 - \nu^2} \cdot \frac{C_s}{\sqrt{A}} \quad (\text{III.80})$$

Na Tabela III.3 tem-se os valores de  $C_s$  e  $C'_s$  para vários valores de  $\alpha$ ; os valores de  $C'_s$  correspondem a uma fundação rígida e foram calculados por Gorbunov - Posadov (1940). Vê-se que a diferença entre esses valores é pequena; um outro aspecto é que na maioria dos casos de fundações de máquinas  $\alpha$  é menor do que 3. Pode-se concluir que, para os casos práticos de projeto de fundações de máquinas, o  $C_z$  não depende de  $\alpha$ .

Com base na equação (III.80), para duas áreas  $A_1$  e  $A_2$  diferentes, os coeficientes  $C_z$  foram relacionados da seguinte forma:

$$C_{z_2} = C_{z_1} \sqrt{\frac{A_1}{A_2}} \quad (\text{III.81})$$

Investigações experimentais apresentadas por Barkan (1962) mostraram que  $C_z$  variava inversamente proporcional a  $\sqrt{A}$ , confirmando os estudos teóricos (equação III.80). Entretanto, verificou-se que a medida que se ia aumentando a área da fundação, os valores de  $C_z$  calculados pela equação (III.81) decresciam numa velocidade muito maior do que aqueles obtidos experimentalmente. Esta discordância entre a teoria e os resultados experimentais pode ser explicada pela variação das constantes elásticas do solo com a profundidade; a medida que a área da fundação vai crescendo, uma maior espessura do solo é afetada, passando a influir sobre o recalque desta fundação.

Barkan recomenda, para fins de projetos preliminares, os valores de  $C_z$  dados na Tabela III.4. Estes valores foram calculados de acordo com a equação (III.81) para uma fundação com área de  $10 \text{ m}^2$ ; esta área foi tomada como limite acima da qual os valores de  $C_z$  não mais variavam. No caso de áreas menores do que  $10 \text{ m}^2$ , os valores tabelados deverão ser multiplicados por  $\sqrt{\frac{10}{A_f}}$ , onde  $A_f$  é a área (em  $\text{m}^2$ ) da fundação da máquina.



$\alpha$	$C_s$	$C'_s$
1	1.06	1.08
1,5	1.07	
2	1.09	1.10
3	1.13	1.15
5	1.22	1.24
10	1.41	1.41

Tabela III.3 - Valores de  $C_s$  e  $C'_s$  para Cálculo de Recalques de Fundações Flexíveis e Rígidas (apud Barkan, 1962)

CATEGORIA DO SOLO	DESCRIÇÃO DO SOLO	PRESSÃO ADMISSÍVEL NO SOLO SOB AÇÃO DE CARGAS ESTÁTICAS (kgf/cm <sup>2</sup> )	COEFICIENTE $C_z$ (kgf/cm <sup>3</sup> )
I	Solos Fracos: argilas plásticas com siltes ou areias; areias com silte ou argila; solos das categorias II e III com silte orgânico e turfa	Até 1,5	Até 3
II	Solos Médios: argilas, argilas com silte e areia, perto do limite de plasticidade; areias	1,5 - 3,5	3 - 5
III	Solos Resistentes: argilas sem ou com silte ou areia, duras; pedregulho; areia com pedregulho; loess	3,5 - 5	5 - 10
IV	Rochas	> 5	> 10

Tabela III.4 - Valores do Coeficiente de Compressão Elástica Uniforme  $C_z$  segundo Barkan (1962).

Finalmente, tendo fixado o valor de  $C_z$ , as outras constantes dinâmicas do solo poderão ser aproximadamente avaliadas usando as seguintes relações sugeridas por Barkan:

$$C_x = 0,5 C_z \quad (\text{III.82a})$$

$$C_{\phi y} = 2 C_z = 4 C_x \quad (\text{III.82b})$$

### III.4.3. Determinação dos Parâmetros Dinâmicos dos Solos em Ensaios de Vibração no Campo

Os equipamentos necessários para determinação dos parâmetros do solo em ensaios de vibração no campo são de dois tipos: um necessário para induzir uma forma conhecida de vibração e o outro para medir a resposta da vibração. Para induzir a vibração utiliza-se um vibrador mecânico acionado por um motor elétrico de rotação variável; para medir a resposta dinâmica o equipamento consta essencialmente de acelerômetro, amplificador e registrador ou indicador. No Capítulo IV será mostrado o princípio e o desenvolvimento de um vibrador mecânico, que induz ondas de forma senoidal típicos das fundações de máquinas; no Capítulo V apresenta-se os resultados dos ensaios realizados com este vibrador.

A Figura III.16 mostra o esquema de ensaio utilizado pela Norma Indiana IS-5249 (Srinivasulu, 1978); o poço de ensaio tem dimensões em planta de 6,0 m x 2,5 m e deverá atingir a profundidade de assentamento da fundação da máquina. O vibrador mecânico é montado sobre um bloco de concreto simples de dimensões 1,5 m x 0,75 m em planta e 0,70 m de altura.

Para a determinação do módulo cisalhante  $G$ , o vibrador é montado sobre o bloco de tal maneira que este este já submetido a uma vibração vertical puramente senoidal. Dois

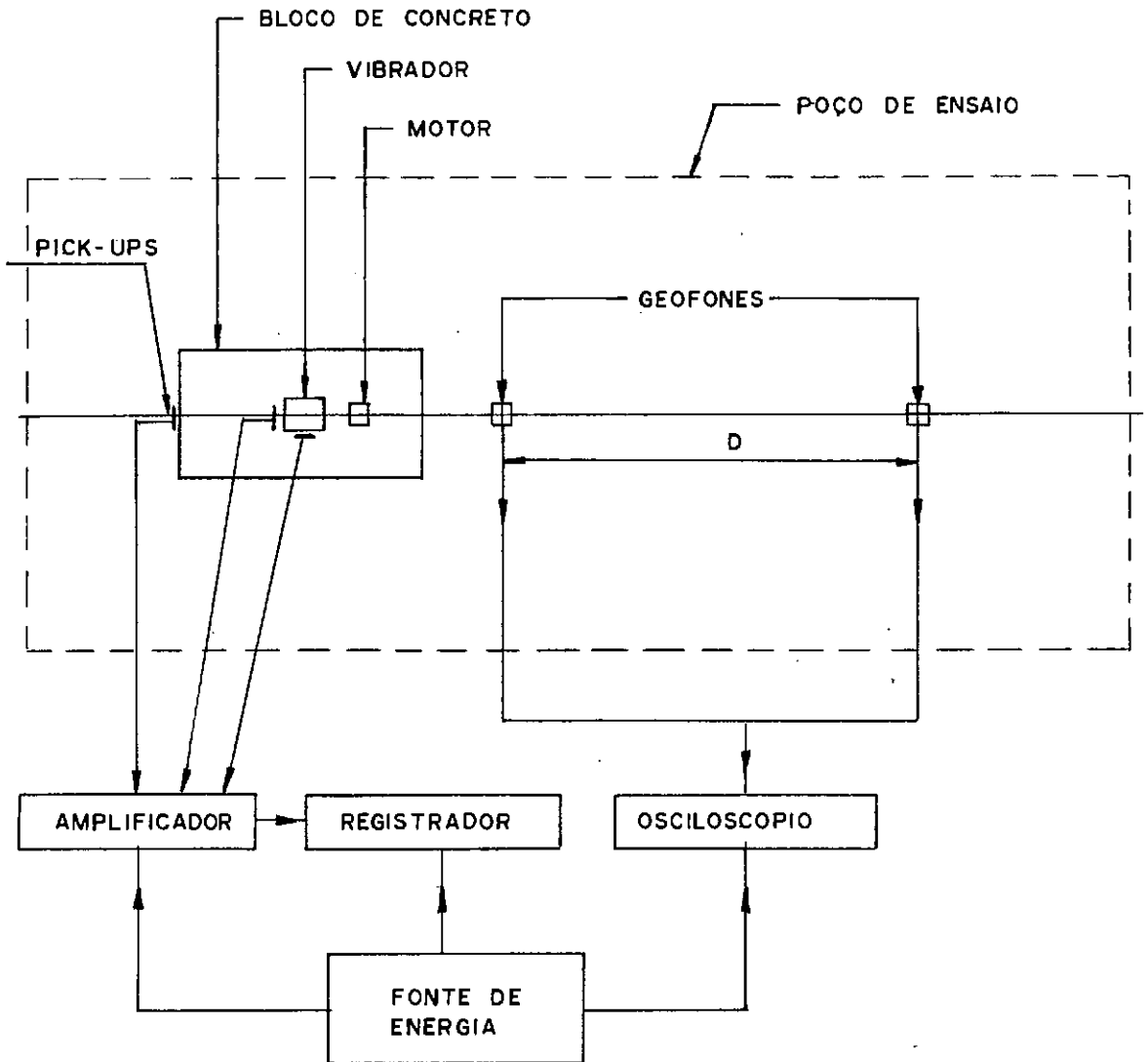


Figura III.16 - Diagrama de bloco para o ensaio dinâmico segundo a Norma Indiana IS-5249 (apud Srinivasulu, 1978).

geofones, de características idênticas e conectados a um osciloscópio, são posicionados na direção da linha de centro do bloco (segundo o plano de vibração) com seus eixos sensitivos na vertical; o geofone mais próximo deverá estar a 30 cm do bloco e o outro será deslocado ao longo desta linha. Uma vez excitado o bloco numa frequência conhecida, determina-se a diferença de fase entre a chegada das ondas RAYLEIGH em dois pontos numa distância D. Conhecendo-se a diferença de fase  $\alpha$ , pode-se obter o comprimento de onda  $\lambda$ :

$$\lambda = \frac{360}{\alpha} \cdot D \quad (\text{III.83})$$

A velocidade das ondas RAYLEIGH ( $V_R$ ) é obtida pela expressão:

$$V_R = f \lambda \quad (\text{III.84})$$

onde  $f$  é a frequência de vibração na qual o comprimento de onda tenha sido determinado (esta frequência é a mesma que a de rotação do vibrador).

Conforme apresentado em Das (1983), a velocidade da onda cisalhante  $V_S$  e  $V_R$  são aproximadamente as mesmas para coeficientes de Poisson entre 0,25 e 0,50:

$$\nu = 0,25 \quad - \quad V_R = 0,919 V_S \quad (\text{III.84a})$$

$$\nu = 0,5 \quad - \quad V_R = 0,955 V_S \quad (\text{III.84b})$$

Os valores do módulo cisalhante  $G$  e da elasticidade  $E$  do solo, podem ser calculados com as seguintes relações:

$$G = \rho V_S^2 \approx \rho V_R^2 \quad (\text{III.85})$$

$$E = 2G(1 + \nu) \quad (\text{III.86a})$$

$$E = 2 \rho V_S^2 (1 + \nu) \approx \rho V_R^2 (1 + \nu) \quad (\text{III.86b})$$

onde  $\rho$  é a densidade do solo ( $\rho = \frac{\gamma}{g} = \frac{\text{peso específico}}{\text{aceleração gravidade}}$ ).

A profundidade atingida pela propagação de ondas dependerá do comprimento de onda; esta profundidade tem sido empiricamente adotada como  $\lambda/2$ . Assim, variando a frequência de vibração, pode-se obter valores de G e E para diversas profundidades. A lei de variação assim definida permite avaliar os parâmetros mais reais do solo para análise das fundações de máquinas. Plotando-se os valores de E e  $\lambda/2$  (Figura III.17), o módulo E a ser utilizado na análise, poderá ser determinado para uma profundidade correspondente à altura média do bulbo de pressões da fundação, a partir da reta que melhor se ajusta aqueles pontos.

O coeficiente de compressão elástica uniforme  $C_z$  é obtido induzindo vibrações senoidais puramente verticais no bloco e, controlando as frequências e as correspondentes amplitudes. Para cada frequência  $f_z$  a amplitude vertical  $A_z$  é medida no topo do bloco (pick-ups situados próximo ao vibrador - Figura III.16); a frequência é gradualmente aumentada em etapas até que o estágio de ressonância seja ultrapassado. Plotando-se os valores das frequências e das correspondentes amplitudes, pode-se obter a frequência natural  $f_{nz}$ , isto é, a aquela em que ocorre a máxima amplitude (Figura III.18).

Com auxílio da equação (III.27) o valor de  $C_z$  será definido como:

$$C_z = \frac{4 \pi^2 m f_{nz}^2}{A_b} \quad (\text{III.87})$$

onde a massa  $m$  e a área  $A_b$  referem-se ao ensaio; estes valores de  $C_z$  utilizados na análise das fundações deverão ser corrigidos conforme recomendação feita por Barkan no item III.3.2.

Conhecendo-se  $C_z$ , pode-se determinar os valores de E e G com as equações (III.80 e III.86b), respectivamente. O coeficiente de amortecimento  $\Delta$  pode ser obtido utilizando-se o gráfico da Figura III.18 e a seguinte relação:

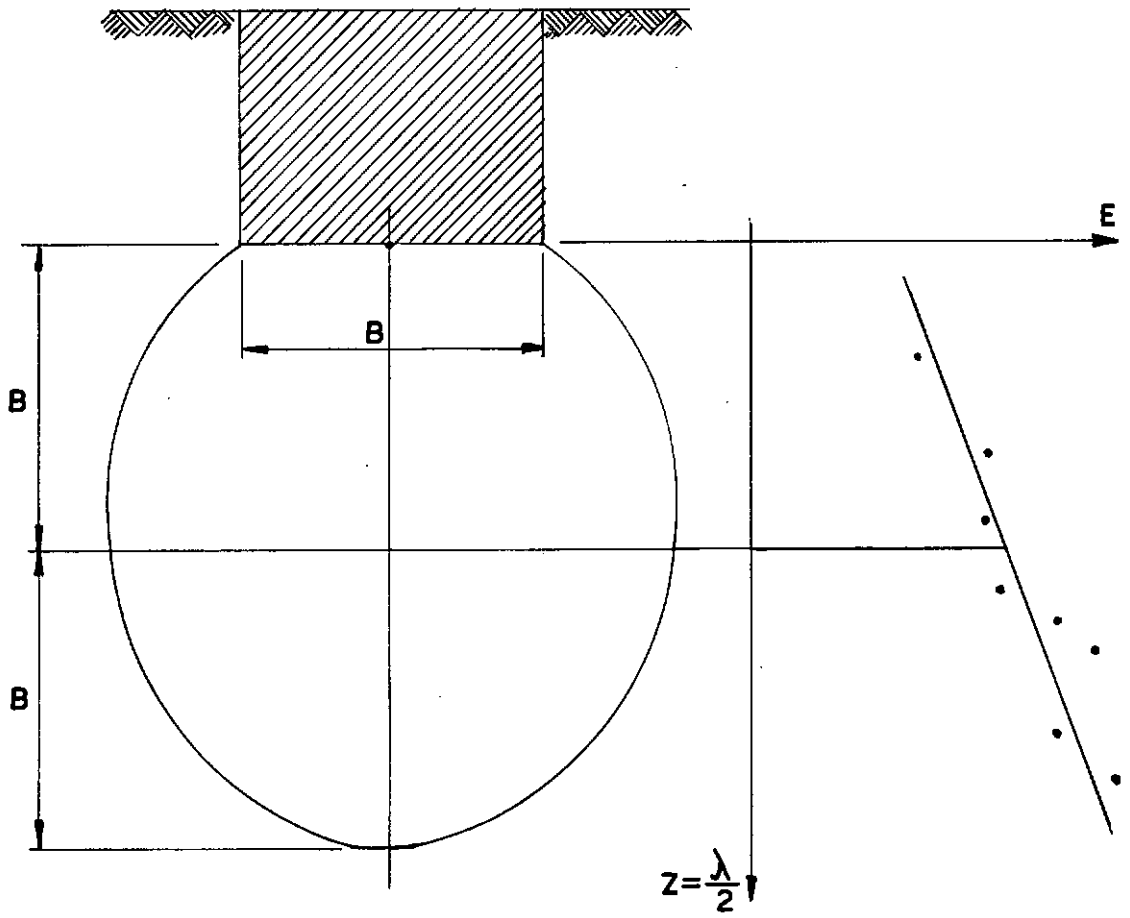


Figura III.17 - Determinação do módulo  $E$  para análise de fundações de máquinas.

$$\Delta = \frac{\Delta f_z}{2 f_{n_z}} \quad (\text{III.88})$$

$\Delta f_z$ : Variação da frequência vertical obtida na curva resposta para uma amplitude igual a  $A_{z\max}/\sqrt{2}$ .

Quando o vibrador é montado sobre o bloco de ensaio de tal maneira que gera forças dinâmicas horizontais, torna-se um caso acoplado de rotação e deslizamento, cuja frequência natural é determinada de acordo com a equação (III.4.3):

$$\omega_n^4 - \frac{\omega_{n\phi y}^2 + \omega_{nz}^2}{\delta} \cdot \omega_n^2 + \frac{\omega_{n\phi y}^2 \cdot \omega_{nx}^2}{\delta} = 0 \quad (\text{III.43})$$

onde  $\omega_{nx}$  e  $\omega_{n\phi y}$  são definidas pelas equações (III.40 e III.42), respectivamente; levando-se em conta que na equação (III.42) a parcela  $WL$  é muito pequena quando comparada com  $C_{\phi y} I_y$ , ela é normalmente desprezada para fins de ensaio e, então, tem-se:

$$\omega_{n\phi y} = \sqrt{\frac{C_{\phi y} I_y}{M_{mo}}} \quad (\text{III.89})$$

Substituindo as equações (III.40 e III.89) em (III.43) e adotando a recomendação de Barkan que  $C_{\phi y} = 4 C_x$  (equação III.82b), chega-se na seguinte expressão para coeficiente de cisalhamento uniforme  $C_x$ :

$$C_x = \frac{(AM_{mo} + 4m I_y) \omega_{nx}^2}{8 A I_y} \left( 1 \pm \sqrt{1 - \frac{16 A I_y \delta m M_{mo}}{(AM_{mo} + 4m I_y)^2}} \right) \quad (\text{III.90})$$

onde os termos que aparecem referem-se ao ensaio.

Utilizando-se os valores das Equações III.18 e III.19, obtém-se a seguinte expressão:

$$C_x = \frac{(AM_{mo} + 3,46m I_y) \omega_{nx}^2}{6,92 A I_y} \left( 1 \pm \sqrt{1 - \frac{13,84 A I_y \delta m M_{mo}}{(AM_{mo} + 3,46m I_y)^2}} \right) \quad (\text{III.91})$$

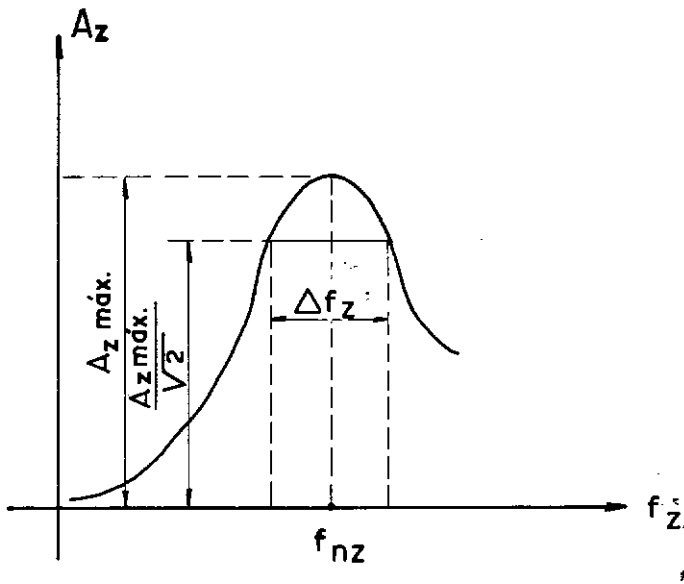


Figura III.18 - Resposta din\^amica de uma fundaq\~ao submetida \~a uma vibraq\~ao vertical forq\~ada.

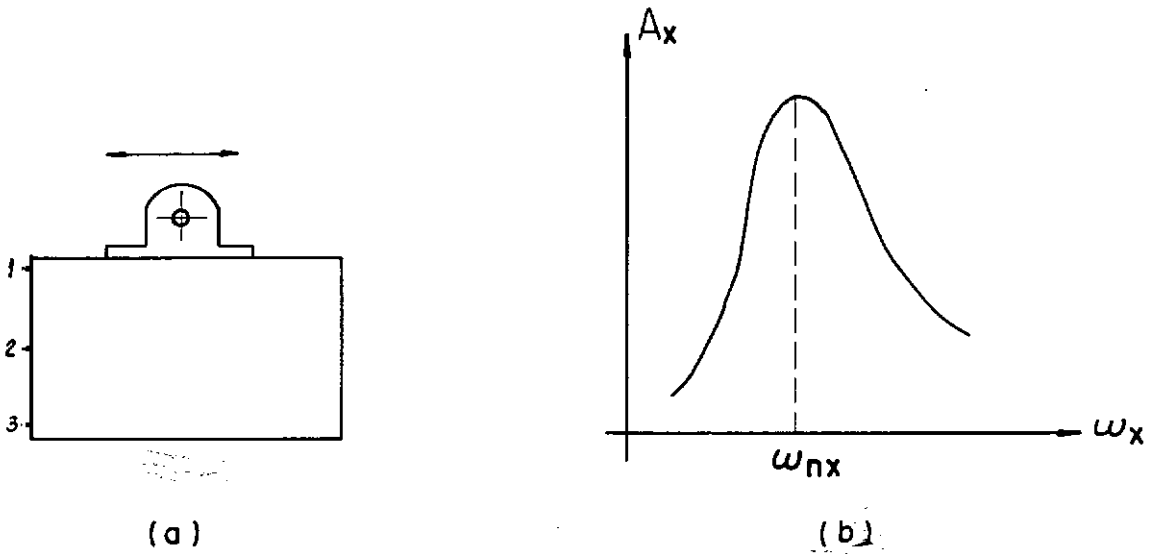


Figura III.19 - (a) bloco submetido a forq\~a din\^amica horizontal; (b) resposta din\^amica do bloco \~a uma vibraq\~ao acoplada (rotaq\~ao e translaq\~ao) forq\~ada.



O ensaio é realizado para vários níveis de frequências onde se medem as correspondentes amplitudes horizontais  $a_x$  nos pontos 1, 2 e 3 mostrados na Figura (III.19a). Para os pares de valores  $\omega_x$  e  $a_x$  (referentes ao ponto 1) plota-se a curva resposta, onde é determinado a frequência natural  $\omega_{nx}$  (Figura III.19b) e a partir daí o coeficiente  $C_x$  (equação III.90). Para fins de projeto este coeficiente deverá, também, ser corrigido de acordo com a recomendação de Barkan.

Na equação (III.90) o sinal mais é usado se a frequência natural  $\omega_{nx}$  obtida corresponde ao primeiro modo (ou fundamental) de vibração do movimento acoplado, e o sinal menos ao segundo modo. Para determinar o modo de vibração, a amplitude de cada frequência de ressonância é plotada na posição dos pontos 1, 2 e 3 (Figura III.20).

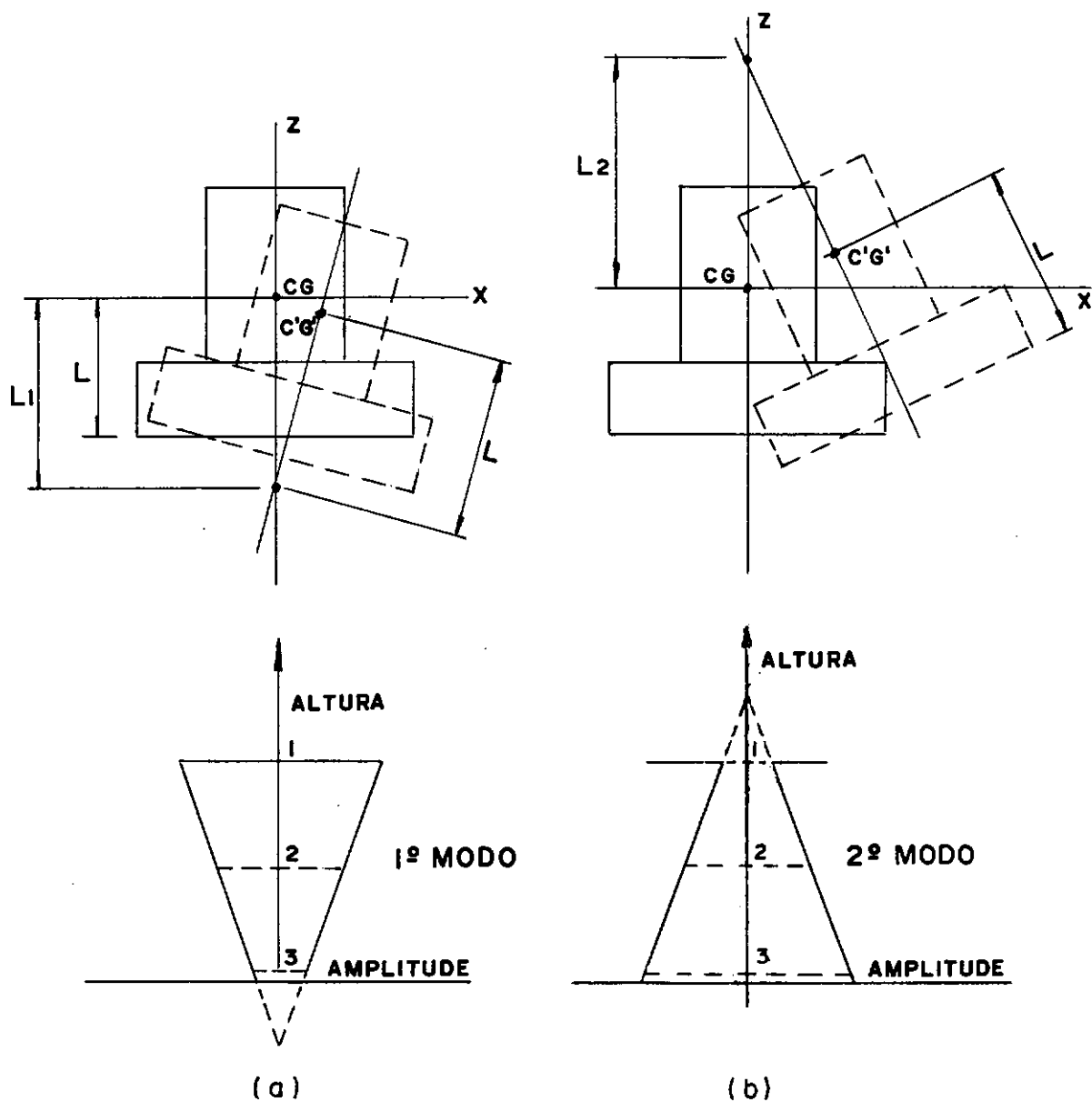


Figura III.20 - Modos de vibração: (a) primeiro modo ou fundamental; (b) segundo modo.

## CAPÍTULO IV

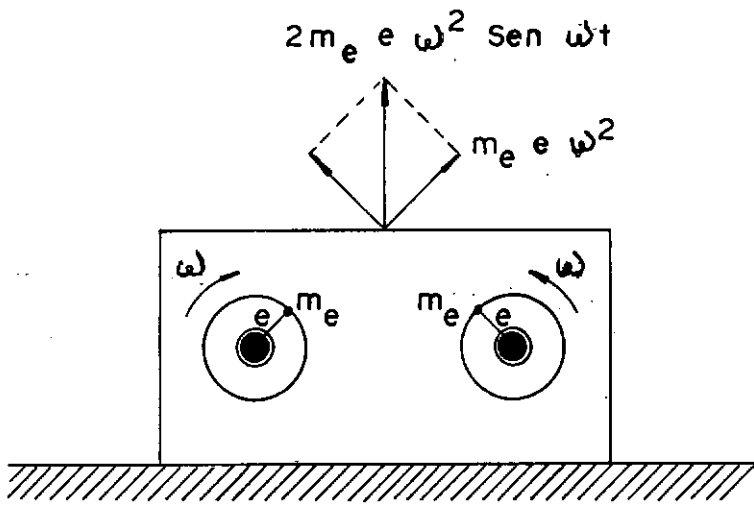
## PROJETO E FABRICAÇÃO DE UM VIBRADOR

## IV.1. INTRODUÇÃO

O vibrador projetado é basicamente constituído por dois eixos paralelos acoplados entre si por um par de engrenagens iguais, fazendo com que os mesmos girem em sentido contrário, porém com a mesma velocidade angular. O arranjo assim constituído faz com que um conjunto de massas variáveis, diametralmente opostas e alojadas excentricamente sobre cada um dos eixos, ao girar, desenvolva uma força centrífuga cujas componentes na direção de uma reta que une os centros desses eixos se anulam a cada instante; entretanto, na direção perpendicular àquela reta, as componentes sempre se somam conforme mostra a Figura IV.1. Nesta figura, por exemplo, as componentes horizontais da força dinâmica se anulam e as verticais se somam,

A força dinâmica unidirecional assim gerada passa pelo centro de gravidade do vibrador e induz ondas de forma senoidal. Esta forma conhecida de onda será transmitida para o terreno de fundação através de um bloco de ensaio, com a finalidade de medir a resposta dinâmica deste terreno.

Os equipamentos associados ao vibrador, necessários para induzir as vibrações, constam de um motor elétrico de corrente contínua e de uma unidade de controle da velocidade do motor. Variando a tensão fornecida ao motor, com auxílio da unidade de controle, a velocidade do motor, e conseqüentemente a do vibrador, também variam; isto origina uma variação na frequência de vibração induzida pelo vibrador. A potência e a velocidade nominais do motor devem ser suficientes para produzir uma força dinâmica e uma frequência de vibração a serem induzidas pelo vibrador no bloco de ensaio; um motor com 5 HP e velocidade de 600/3000 rpm são suficientes para atender os requisi



$m_e$  : MASSA ROTATIVA

$e$  : EXCENTRICIDADE DAS MASSAS ROTATIVAS

$\omega$  : VELOCIDADE ANGULAR DOS EIXOS

Figura IV.1 - Esquema da massa rotativa de um vibrador com dois eixos paralelos.

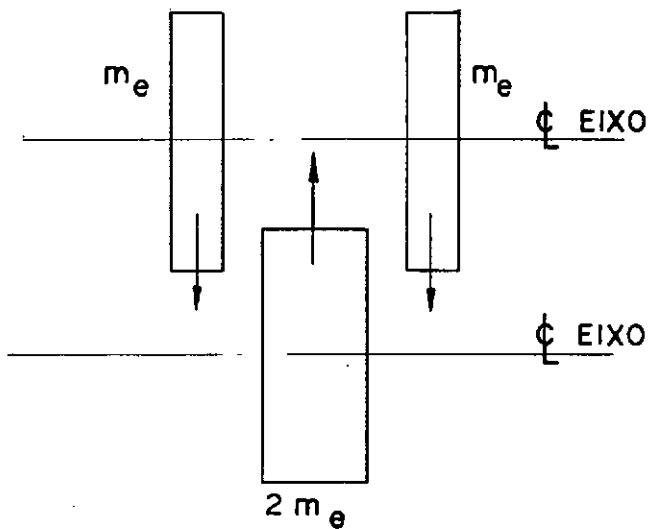


Figura IV.3 - Esquema do balanceamento dinâmico.

tos do vibrador a ser descrito em IV.2.

#### IV.2. CARACTERÍSTICAS PRINCIPAIS DO VIBRADOR

O vibrador esquematizado na Figura IV.2 apresenta os seguintes componentes principais:

- Ⓐ: eixos paralelos
- Ⓑ: discos com furos para colocação dos elementos de balanceamento e/ou desbalanceamento
- Ⓒ: elementos de balanceamento e/ou desbalanceamento
- Ⓓ: engrenagens
- Ⓔ: polias
- Ⓕ: caixa de óleo
- Ⓖ: placa de fixação do motor
- Ⓗ: placa de fixação do vibrador
- Ⓘ: mancais de rolamento

O balanceamento dinâmico do vibrador é realizado a trav<sup>és</sup> da colocação das massas vibrat<sup>órias</sup> Ⓑ, distribu<sup>ídas</sup> sobre os eixos de forma a manter uma única componente de força dinâmica do conjunto quando em rotaç<sup>ão</sup> (Figura IV.3).

Os elementos para balanceamento e/ou desbalanceamento s<sup>ão</sup> fixados em furos nos discos atrav<sup>és</sup> de parafusos (Foto 1); a troca desses elementos é facilitada pelas aberturas previamente deixadas na carcaça do vibrador (Foto 2). No Quadro IV.1 tem-se os pesos e quantidades desses elementos, bem como os conjuntos por eles formados; esses conjuntos fornecem as seguintes forças dinâmicas  $F_d$  (em kgf) em funç<sup>ão</sup> da rotaç<sup>ão</sup>  $\omega$  (em  $\text{seg}^{-1}$ ):

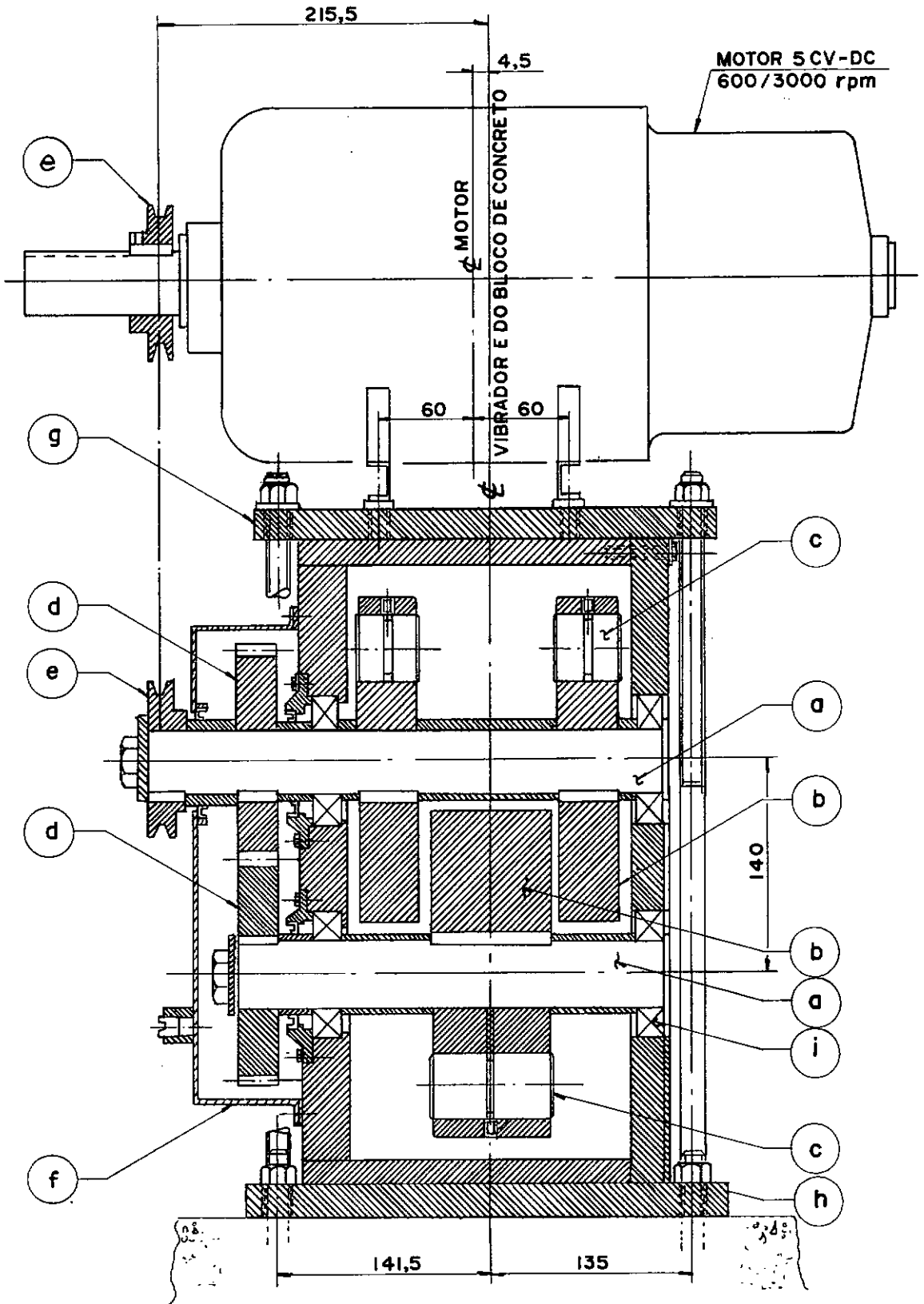


Figura IV.2 - Componentes principais do vibrador.

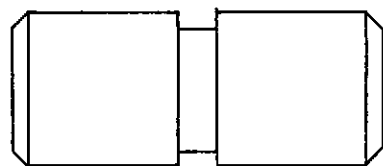
Conjunto	0	$Fd_0 = 0$
"	1	$Fd_1 = 3,975 \times 10^{-3} \omega^2$
"	2	$Fd_2 = 7,645 \times 10^{-3} \omega^2$
"	3	$Fd_3 = 11,468 \times 10^{-3} \omega^2$
"	4	$Fd_4 = 15,290 \times 10^{-3} \omega^2$

Este vibrador tem uma força dinâmica variando de 0 - 1500 kgf, sendo o limite superior correspondente a uma frequência de rotação de 3000 rpm. Quando os dois eixos estiverem posicionados verticalmente (vibrador em pé) a força dinâmica produzida no centro de gravidade do vibrador será horizontal (Figura IV.4) e na posição horizontal (vibrador deitado) a força dinâmica será vertical (Figura IV.5).

O vibrador é acoplado ao motor através da placa (g) e fixado ao bloco de ensaio com a placa (h) com auxílio de quatro chumbadores. O peso do vibrador é de 132,25 kgf, da placa de fixação do motor de 19,25 kgf e da placa de fixação do vibrador de 23,50 kgf.

ELEMENTOS	QUANTIDADES	PESOS (gf)
①	1	1000
②	1	740
③	2	500
④	2	370
⑤	2	250
⑥	2	125

(a)



(b)

CONJUNTOS	RELAÇÃO ENTRE ELEMENTOS	PESOS DESBALAN-CEADOS TOTAIS (gf)
0	① / ③	0
1	② / ④	520
2	③ / ⑤	1000
3	⑤ / ⑥	1500
4	SEM ELEMENTOS	2000

(c)

QUADRO IV.1

(a) Quantidades e pesos dos elementos; (b) Detalhe dos pesos; (c) Pesos desbalanceados totais e relação entre os elementos.



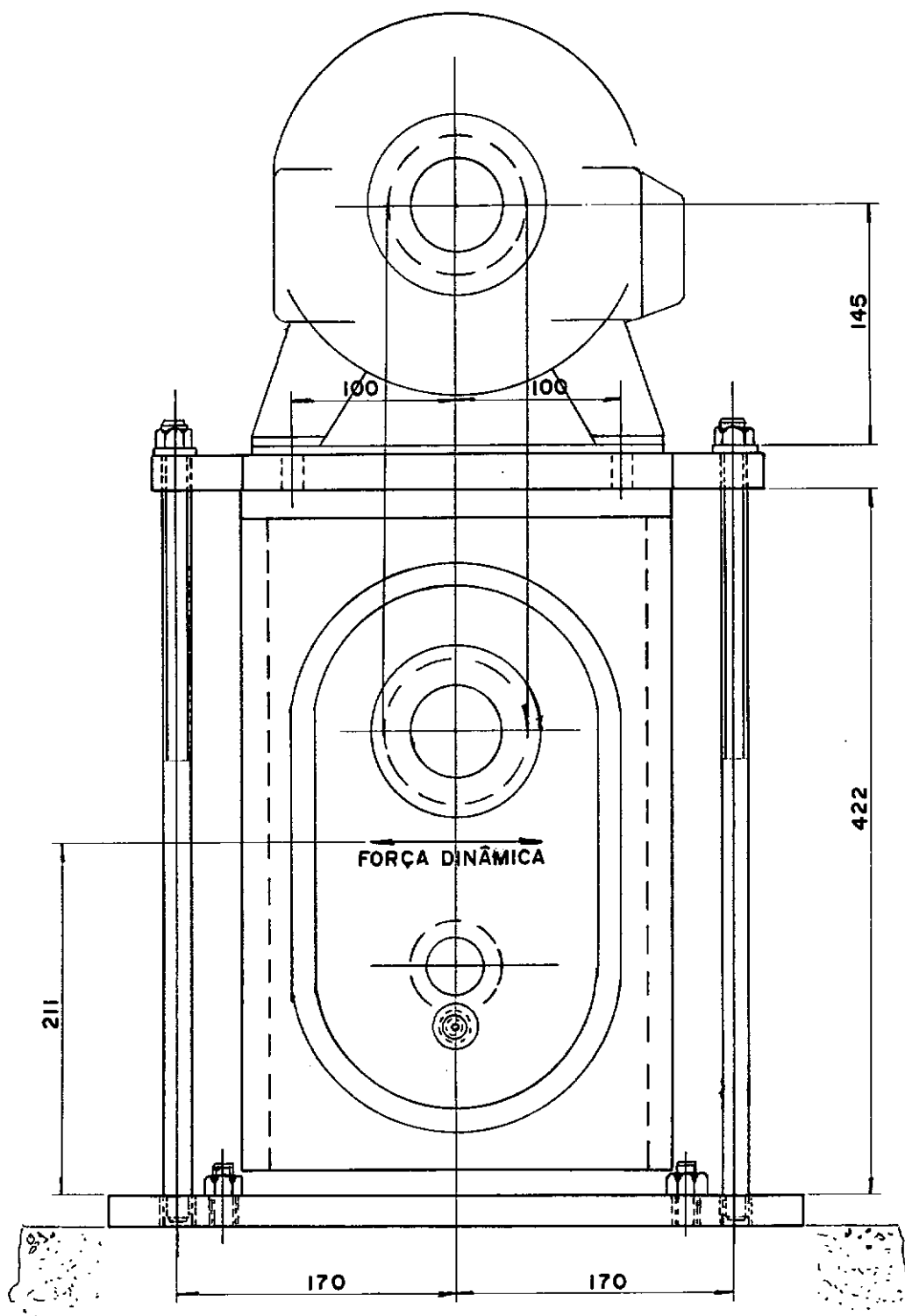


Figura IV.4 - Vibrador gerando uma força dinâmica horizontal (vibrador em pē).

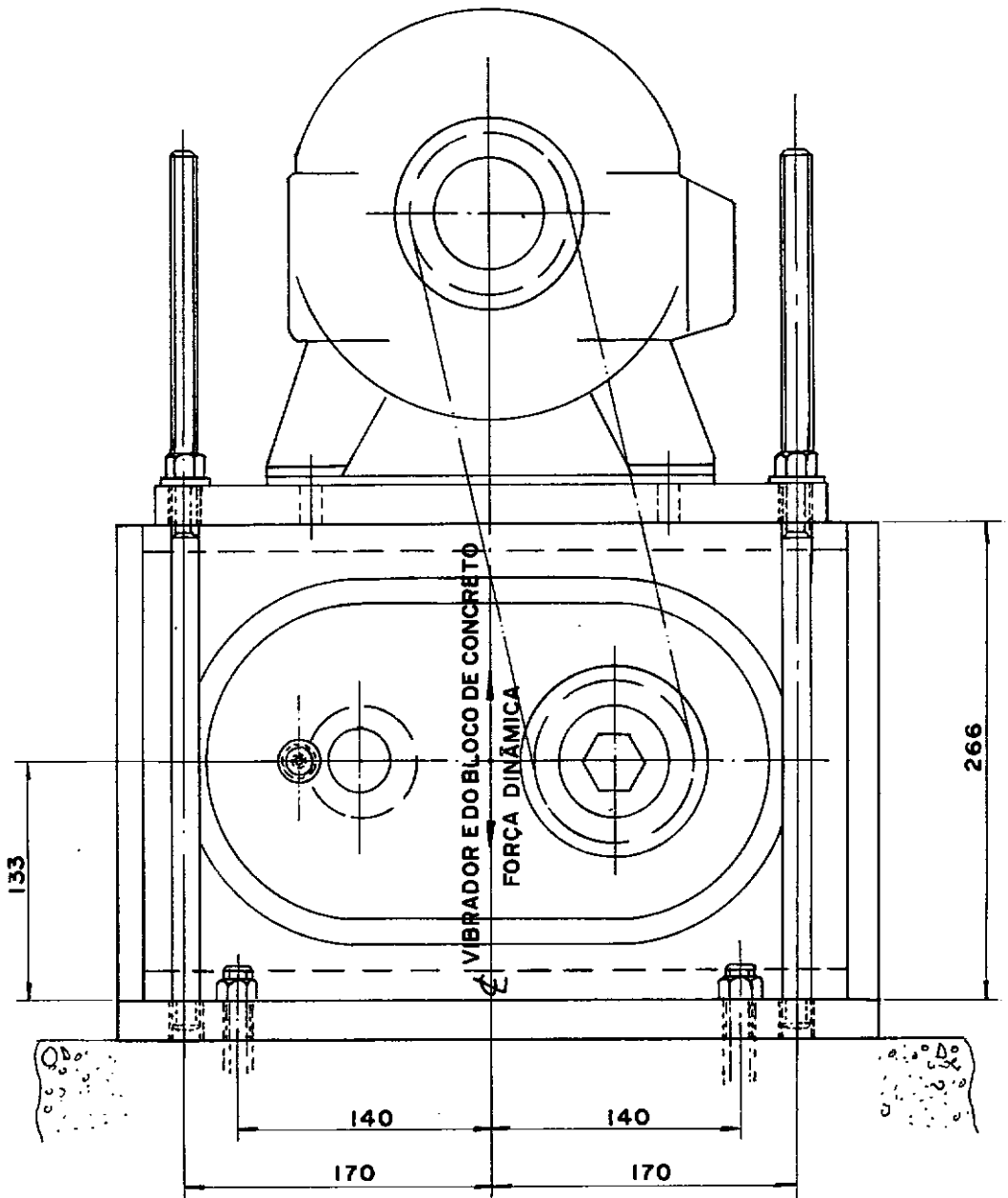


Figura IV.5 - Vibrador gerando uma força dinâmica vertical (vibrador deitado).



Foto 1 - Detalhe de fixação dos elementos de balanceamento/desbalanceamento.

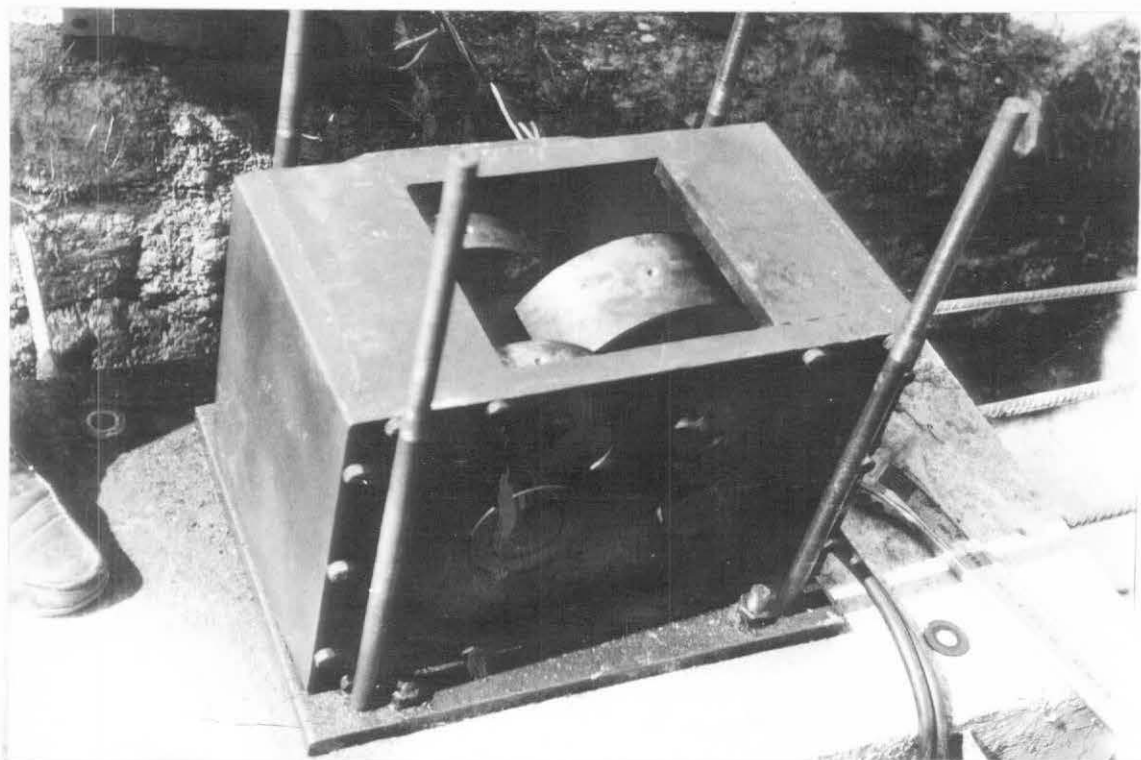


Foto 2 - Montagem parcial do vibrador, mostrando os furos para troca dos elementos de balanceamento/desbalanceamento.

## CAPÍTULO V

## PLANEJAMENTO, EXECUÇÃO E INTERPRETAÇÃO DOS ENSAIOS

## V.1. INTRODUÇÃO

Os ensaios foram realizados na área do Centro de Pesquisas da Companhia Siderúrgica Nacional em Volta Redonda, Estado do Rio de Janeiro. O local dos ensaios se situa no pé de um pequeno corte (Figura V.1), em solo residual de gnaiss.

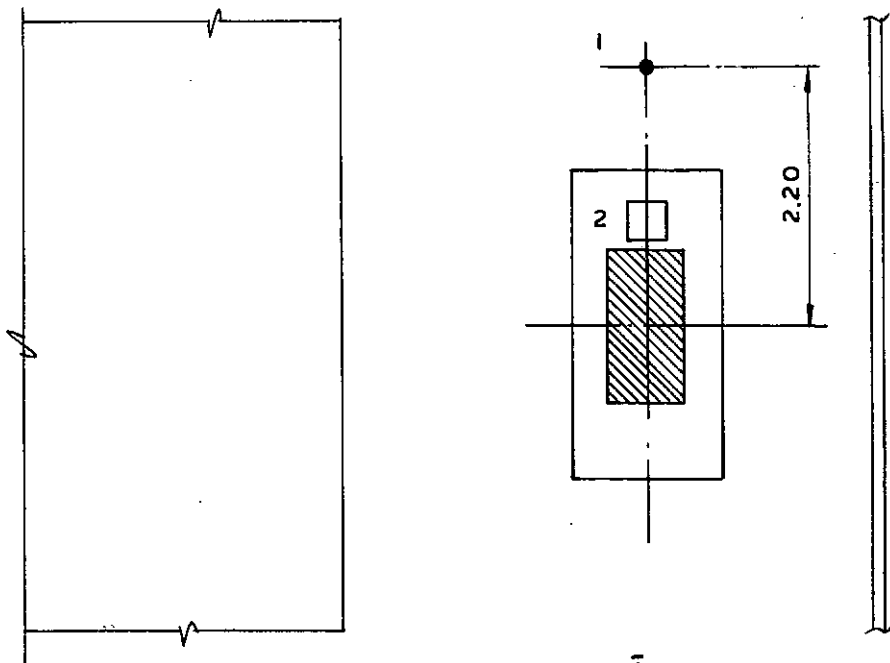
Além dos ensaios de vibração no campo, foram realizados ensaios de laboratório de caracterização completa e compressão oedométrica em amostra indeformada do tipo bloco, retirada no nível de assentamento do bloco (Figura V.1). Foi realizada, ainda, uma sondagem a percussão (SPT) ao lado da cava (Figura V.1).

## V.2. ENSAIOS DE VIBRAÇÃO NO CAMPO

## V.2.1. Planejamento

Neste ensaio foi utilizado o vibrador descrito no Capítulo IV e obedecida a seguinte sequência:

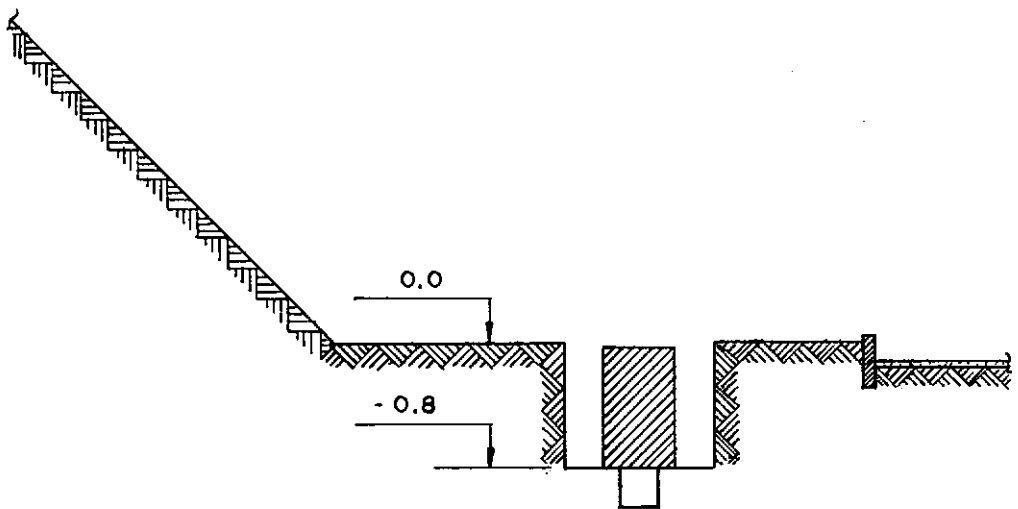
- 1º) execução de um bloco de concreto simples de 1,00m x 0,50m, em planta, e com altura de 0,75m numa escavação de 2,00m x 1,00m até a profundidade prevista para assentamento da fundação (Figura V.2);
- 2º) posicionamento do vibrador de modo a fornecer uma força dinâmica vertical e, numa segunda fase, horizontal (Figuras IV.5 e IV.4 e Fotos 3 e 7);



## 1 - SONDAGEM A PERCUSSÃO

## 2 - RETIRADA DA AMOSTRA INDEFORMADA

(a)



( b )

Figura V.1 - Localização dos ensaios: (a) Planta; (b) Seção

- 39) colocação dos elementos para desbalanceamento, ou seja, dos conjuntos de massas 1 a 4 (Quadro IV.1);
- 40) medições das rotações no eixo do vibrador e amplitudes de vibrações nos pontos indicados na Figura V.3 e nas Fotos 6 e 8.

A escolha das dimensões do bloco de ensaio foi baseada na Norma Indiana IS-5249 (Srinivasalu, 1978, e outros) que são de 1,50m x 0,75m x 0,70m. Inicialmente pretendia-se executar tres blocos de mesma altura porém com áreas diferentes de 1,00m x 0,50m x 0,75m; 1,50m x 0,75m x 0,75m e 2,00m x 1,00m x 0,75m, o que para isso foi deixada uma armação de espera. A análise com tres blocos diferentes propiciaria uma lei de variação dos parâmetros dinâmicos do solo para as diversas áreas; com isto, poder-se-ia verificar a influência da área da fundação naqueles parâmetros e ao mesmo tempo discutir os resultados em relação àqueles propostos por Barkan (1962) na Equação III.81. Entretanto, devido ao pouco tempo disponível, isto não foi possível, mas pretende-se numa fase posterior dar continuidade a tal estudo. Para cada bloco pretendia-se aumentar as dimensões em planta da escavação com a finalidade de estudar a influência da mesma nos resultados das frequências naturais; isto só foi realizado para o primeiro bloco, com duas escavações.

Os instrumentos utilizados para medir a resposta dinâmica constam de um "Analisador de Vibrações/Balanceador Dinâmico" modelo IRD-340, com capacidade de medição de amplitude variando de 0 a 3000 microns, de um sensor de vibrações modelo 544 e de lâmpada estroboscópica modelo 568, todos de fabricação da IRD Mechanalysis Inc. (Foto 5). O sensor é um acelerômetro que é colocado em contato direto com o bloco de ensaio (Fotos 6 e 8); gerando um sinal elétrico que é levado ao IRD-340 para medição da amplitude. A lâmpada estroboscópica é utilizada para ajustar o aparelho de medição (IRD-340) que deve estar regulado com o mesmo número de rotações do eixo do vibrador.

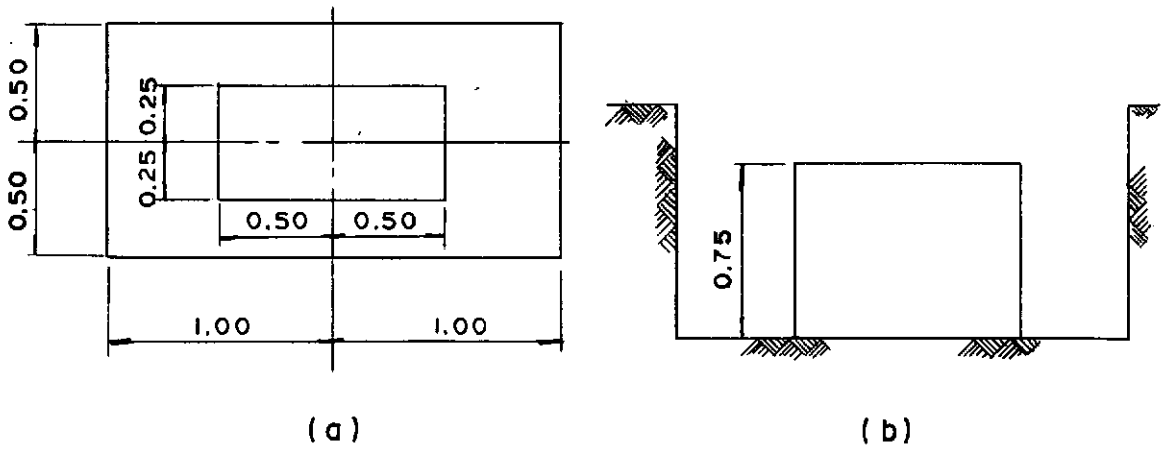


Figura V.2 - Bloco de ensaio e escavação: (a) Planta; (b) Seção.

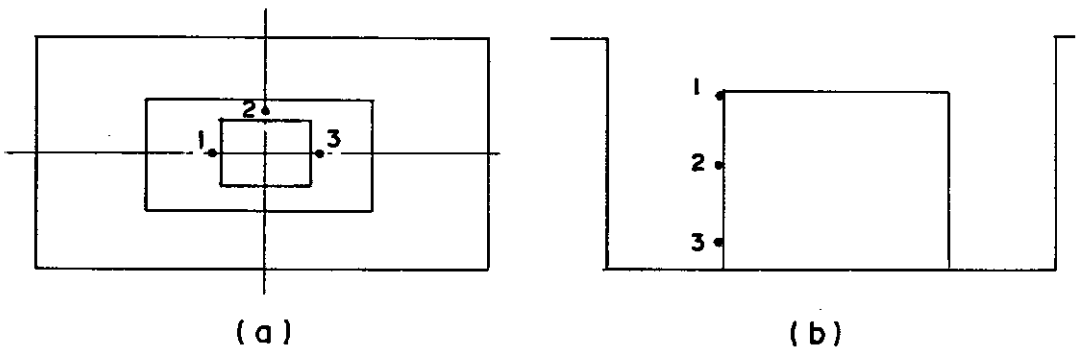


Figura V.3 - Pontos de medição das amplitudes: (a) vibração vertical; (b) Vibração horizontal.

As rotações no eixo do vibrador foram medidos diretamente com um "Tacômetro de Contato" com capacidade de medição variando de 30/12.000 rpm (Fotos 6 e 8).

Os valores medidos das rotações e amplitudes são anotados em planilhas especialmente preparadas para o ensaio. Esses valores são plotados no gráfico, durante o ensaio, a fim de verificar se a amplitude máxima e, conseqüentemente, a frequência natural estão sendo bem caracterizadas. Isto não ocorre, por exemplo, quando a força dinâmica induzida não é suficiente para provocar vibrações na massa do bloco de ensaio, que é mais freqüente nos casos de vibrações verticais, de tal maneira a definir a frequência natural. Neste caso, deve-se aumentar a força dinâmica ou diminuir a massa do bloco de ensaio. O traço do gráfico no campo permite, também, controlar as frequências de operação do vibrador (diminuindo ou aumentando o intervalo entre elas) com a finalidade de definir da melhor maneira possível a curva frequência vs. amplitude.

No caso de vibrações verticais, o valor da amplitude é obtida fazendo-se a média aritmética dos valores medidos nos pontos 1, 2 e 3 (Figura V.2a); para as vibrações horizontais, o valor utilizado é aquele correspondente ao ponto 1 (Figura V.2b).

Nas Fotos 3 a 8 vê-se a seqüência de montagem do conjunto vibrador-motor no local dos ensaios, equipamentos para medição da resposta dinâmica e a medição das amplitudes e das rotações.

#### V.2.2. Execução e Resultados Obtidos

Os ensaios foram executados de acordo com os procedimentos descritos em V.2.1, e os resultados são apresentados nas páginas 101 a 128. Para a primeira cava (área de escavação de 2,00m x 1,00m), foram realizados seis ensaios com vibração hori



DESCRIÇÃO	VIBRAÇÃO VERTICAL	VIBRAÇÃO HORIZONTAL
Área da base do bloco ( $A_b$ )	5000 cm <sup>2</sup>	5000 cm <sup>2</sup>
Momento de inércia da área de contato do bloco ( $I_y$ )	-	4,16x10 <sup>6</sup> cm <sup>4</sup>
Peso do bloco	900 kgf	900 kgf
Peso do vibrador + placas	175 kgf	175 kgf
Peso do Motor	90,6 kgf	90,6 kgf
Massa do conjunto bloco-vibrador-motor	1,1882 kgf seg <sup>2</sup> /cm	1,1882 kgf seg <sup>2</sup> /cm
Momento de inércia da massa $m$ em relação ao eixo que passa pelo centro de gravidade do conjunto e perpendicular ao plano de vibração ( $M_m$ )	-	1237 kgf cm seg <sup>2</sup>
Momento de inércia da massa $m$ em relação ao eixo que passa pelo centro de gravidade da área de contato do bloco e é perpendicular ao plano de vibração ( $M_{m_0}$ )	-	4730 kgf cm seg <sup>2</sup>
Frequência natural ( $\omega_n$ )	$\frac{\pi f_{nz}}{30}$ (seg <sup>-1</sup> )	$\frac{\pi f_{nx}}{30}$ (seg <sup>-1</sup> )

Tabela V.1 - Dados de Ensaio

zontal (ensaios números 1H a 6H) e quatro com vibração vertical (ensaios 1V a 4V). Já para a segunda cava (área de escavação de 3,00m x 1,50m), nove ensaios com vibração horizontal (ensaios números 7H a 15H) e nove com vibração vertical (5V a 13V) foram realizados.

A sequência dos ensaios, sempre que possível, foi realizada de tal forma a definir os parâmetros  $C_z$  e  $C_x$  para uma mesma condição de umidade no fundo da cava (no período dos ensaios ocorreram chuvas na área). Com a finalidade de se ter curvas bem mais definidas e numa mesma condição de umidade, foram realizados ensaios com medições em intervalos de rotação menores e no mesmo dia (ensaios números 13H, 14H, 15H, 11V, 12V e 13V).

Na Tabela V.1 apresenta-se os dados utilizados no ensaio. Para cálculo dos parâmetros  $C_z$  e  $C_x$  foram empregadas as Equações III.87, III.90 e III.91.

### V.3. ENSAIOS DE LABORATÓRIO

#### V.3.1. Ensaio de Caracterização

Os resultados desses ensaios encontram-se na Figura V.4. Trata-se de uma areia siltosa, pouco argilosa, de baixa plasticidade, típica de solo residual jovem de gnaiss, classificada como SM segundo o Sistema Unificado de Classificação dos Solos.

#### V.3.2. Ensaio de Compressão Oedométrica

O ensaio de compressão oedométrica realizado em amostra indeformada retirada no nível da base do bloco apresentou o resultado mostrado na Figura V.5 e Tabela V.2.

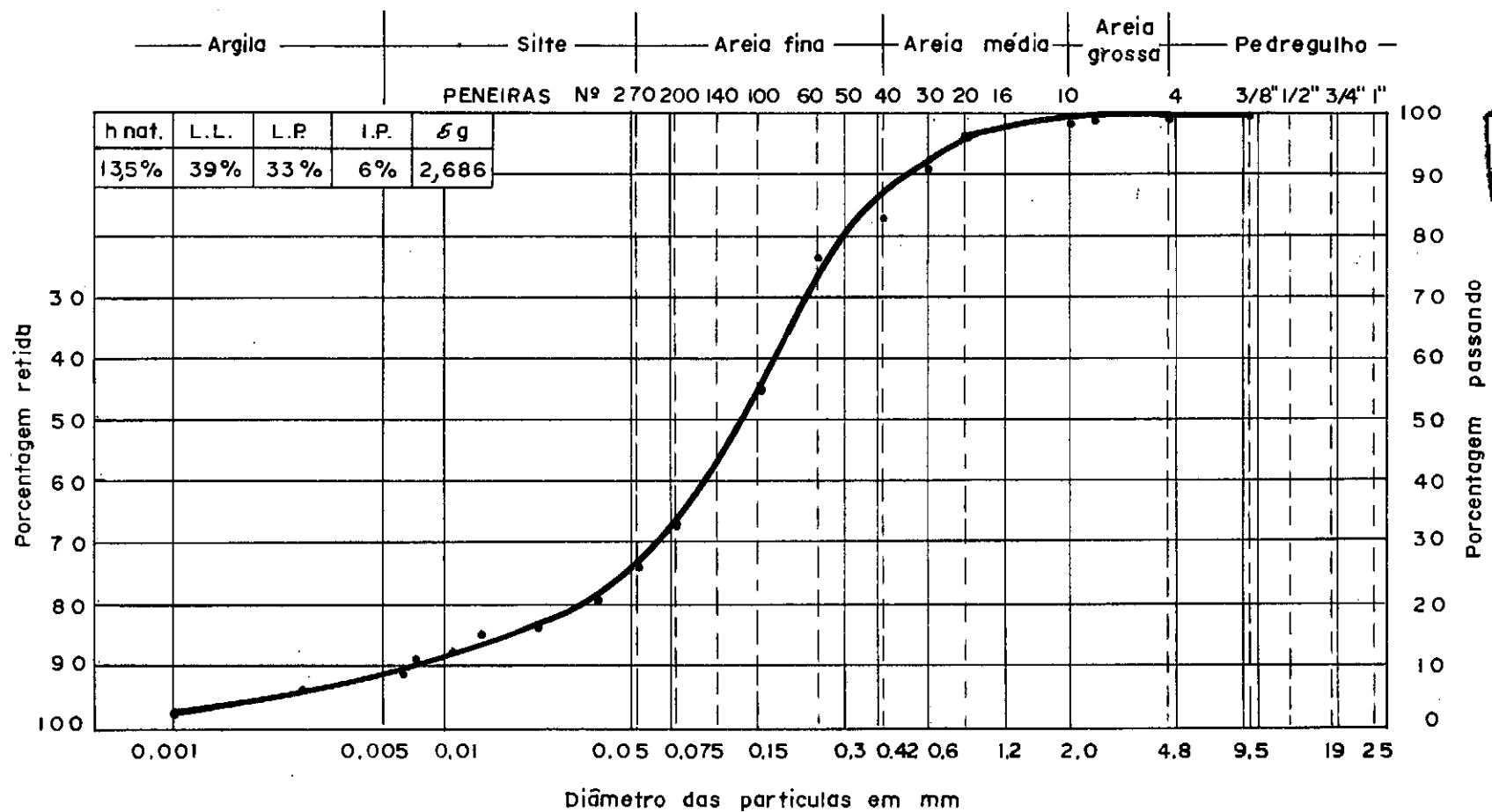


Figura V,4 - Análise granulométrica.

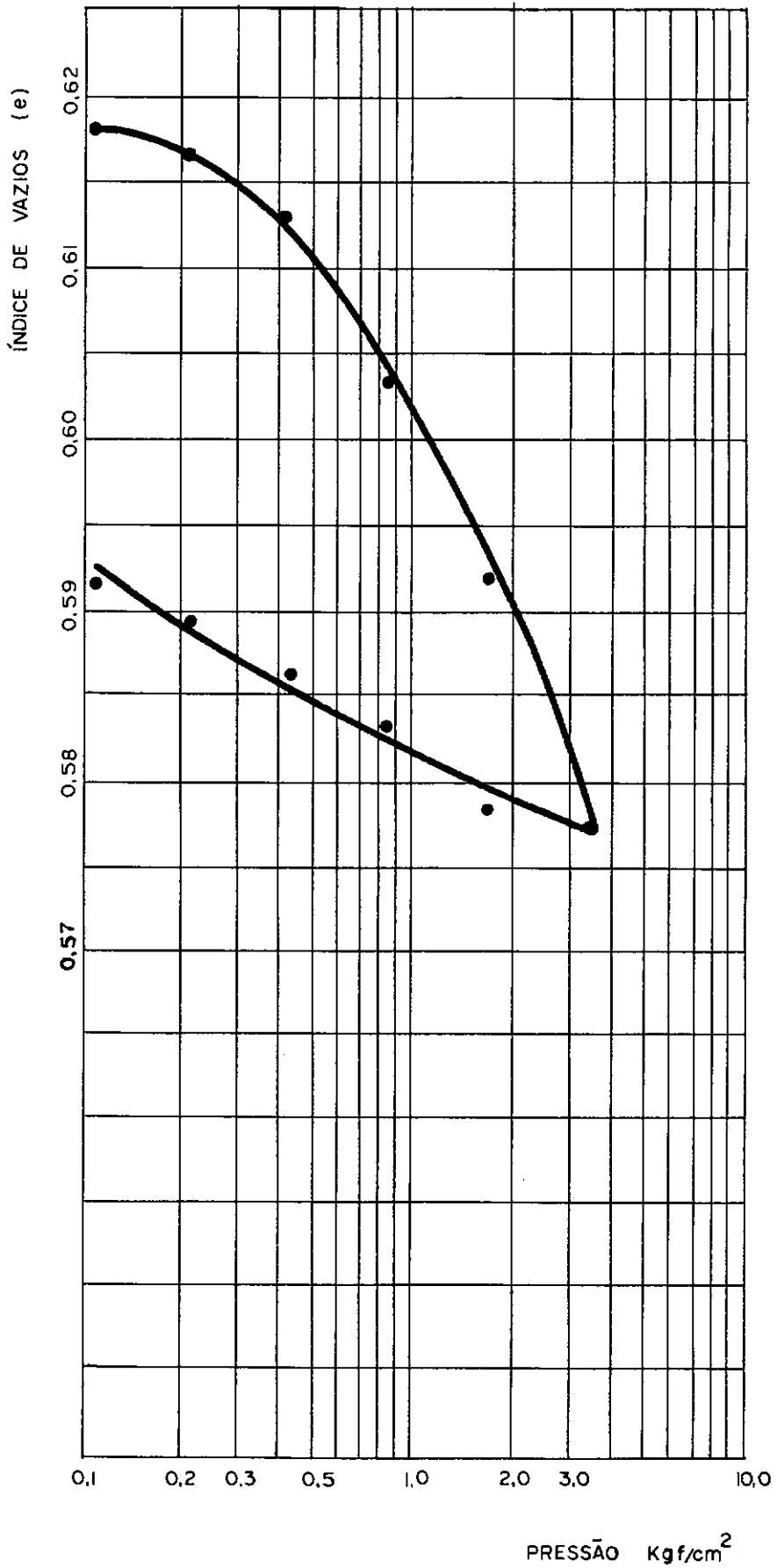


Figura V.5 - Ensaio de compressão oedométrica.

Pressão (p) kg/cm <sup>2</sup>	Deformação 10 <sup>-4</sup> cm	Altura 10 <sup>-4</sup> cm	Altura de vazios (H <sub>v</sub> ) 10 <sup>-4</sup> cm	Índice de vazios (e)	Índice de vazios médio (e <sub>m</sub> )	a <sub>v</sub> cm <sup>2</sup> /kg	m <sub>v</sub> cm <sup>2</sup> /kg	E <sub>oed</sub> kg/cm <sup>2</sup>	t <sub>90</sub> minuto	c <sub>v</sub> Método log. t cm <sup>2</sup> /seg. 10 <sup>-4</sup>	c <sub>v</sub> Método √t cm <sup>2</sup> /seg. 10 <sup>-4</sup>	k cm <sup>2</sup> /seg. 10 <sup>-7</sup>
0	0	32000	12300	0,6200	-	-						
0,105	40	31960	12207	0,6188	0,6190	0,019	0,012	83	-	-	-	-
0,210	72	31928	12175	0,6164	0,6172	0,015	0,010	100	-	-	-	-
0,420	152	31848	12095	0,6123	0,6143	0,019	0,012	83	-	-	-	-
0,802	325	31675	11922	0,6035	0,6079	0,023	0,014	71	-	-	-	-
1,682	548	31452	11699	0,5923	0,5979	0,013	0,008	125	-	-	-	-
3,361	845	31155	11402	0,5772	0,5847	0,009	0,006	167	-	-	-	-
1,682	795	31205	11452	0,5798	0,5785	0,002	0,001	1000	-	-	-	-
0,802	725	31275	11522	0,5833	0,5815	0,004	0,003	333	-	-	-	-
0,420	668	31332	11579	0,5862	0,5886	0,016	0,005	200	-	-	-	-
0,210	608	31392	11639	0,5892	0,5863	0,010	0,006	167	-	-	-	-
0,105	571	31429	11676	0,5911	0,5902	0,018	0,011	91	-	-	-	-

Tabela V.2 - Ensaio de Compressão Oedométrica.

Como se desejava caracterizar a compressibilidade do material nas condições de campo (parcialmente saturado) não se acrescentou água à amostra no oedometro mas sim se procurou manter uma atmosfera úmida ao redor, com algodão molhado.

A amostra apresentou as seguintes características de compressibilidade:

$$\begin{array}{lcl}
 e_o & = & 0,62 \\
 C_c & = & 0,041 \\
 C_e & = & 0,010 \\
 E_{oed,c} & \approx & 90 \text{ kgf/cm}^2 \\
 E_{oed,e} & \approx & 185 \text{ kgf/cm}^2
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} E_{oed,c} \\ E_{oed,e} \end{array}} \right\} \longrightarrow \text{faixa de pressões de } 0,25 - 0,40 \text{ kgf/cm}^2$$

#### V.4. SONDAGEM A PERCUSSÃO

A sondagem executada junto ao bloco de ensaio seguiu as recomendações da NBR-6484, exceto no espaçamento entre ensaios de penetração dinâmica (SPT), que foram executados a cada 0,5m até a profundidade de 3,0m.

Os resultados da sondagem constam da Figura V.6. Observa-se que abaixo do aterro, que tem 80cm, encontra-se o solo residual, com índice de resistência à penetração apresentando pequena variação e uma média de 23 golpes/30cm (areia "medianamente compacta").

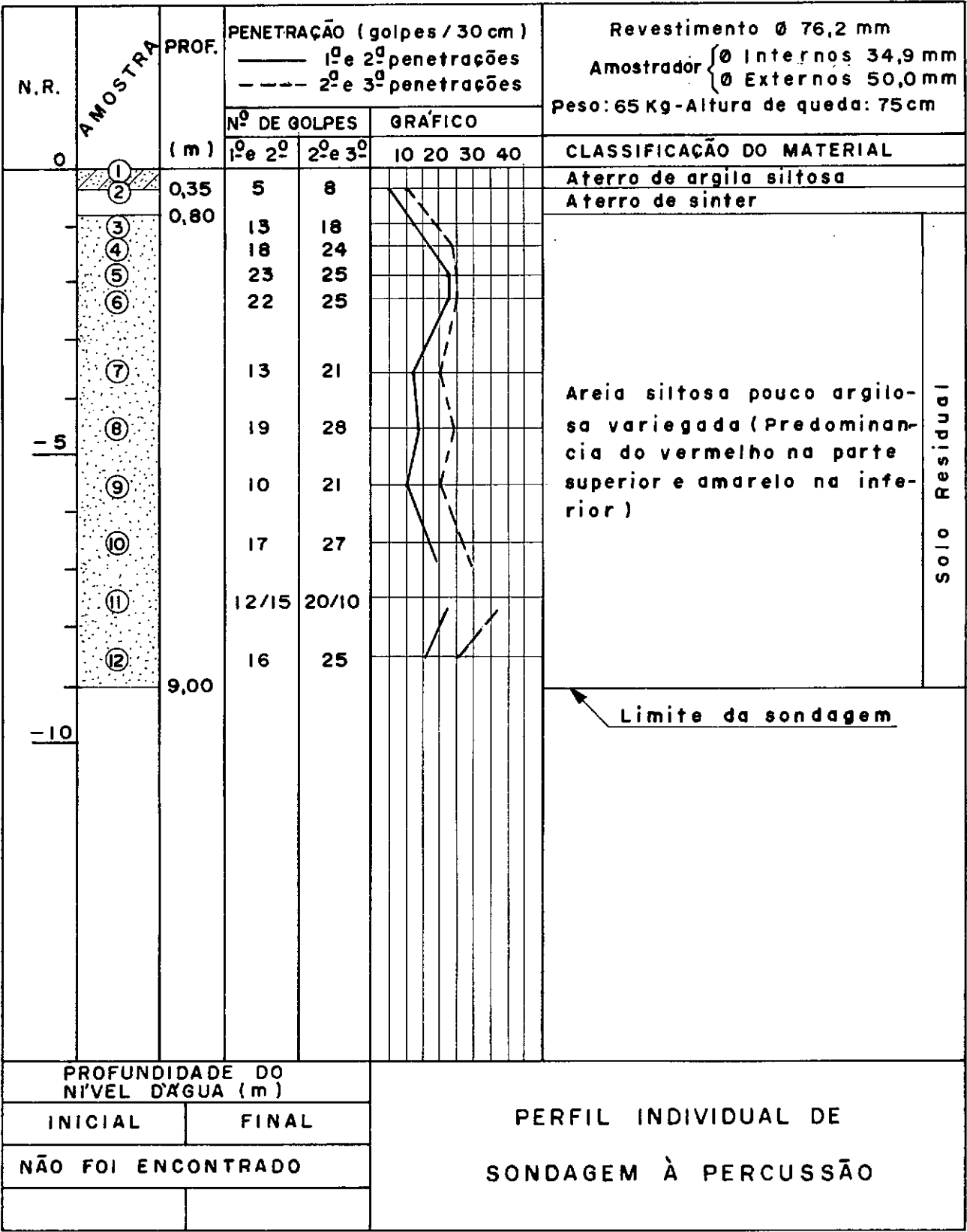


Figura Y.6 - Sondagem a percussão.

## V.5. ANÁLISE DOS ENSAIOS DE VIBRAÇÃO NO CAMPO

Os dados obtidos dos diversos ensaios de vibração no campo foram analisados para se determinar os valores dos parâmetros dinâmicos  $C_z$  e  $C_x$  e do coeficiente de amortecimento  $\Delta$ , utilizando-se o procedimento pertinente para cada caso, descrito anteriormente. Nas Tabelas V.3 e V.4 apresentam-se os resultados destes ensaios para as condições em que foram realizados.

Pode-se notar que, à medida que a força dinâmica  $F_d$  aumenta, a frequência natural decresce e a amplitude correspondente cresce para uma mesma condição de ensaio (dimensões da cava e umidade); os resultados dos ensaios mostraram uma redução de 14,3% para  $\omega_{nz}$  e de 17,0% para  $\omega_{nx}$ . Nas Tabelas V.3 e V.4 foram agrupados os resultados dos ensaios em condições idênticas; como ilustração foi mostrado na Figura V.7 as curvas de frequências vs. amplitudes para os ensaios 11V, 12V, 13V, 13H, 14H e 15H. Este comportamento é normal e foi observado por Novak (1960), segundo o qual é devido à não linearidade do solo de fundação (não existe proporcionalidade direta entre a força excitadora e a amplitude de vibração). Com o aumento do nível da força dinâmica e amplitude, o solo responde com um módulo de elasticidade menor, o que torna o sistema menos rígido e, portanto, apresentando menor frequência natural.

As frequências naturais obtidas variaram muito pouco com as dimensões em planta da escavação. Na Tabela V.5 apresenta-se os valores médios das frequências naturais para cada caso de massas desbalanceadas referentes a cada cava e suas diferenças em termos de porcentagem; a diferença máxima foi de 4,7% para  $\omega_{nz}$  e de 3,0% para  $\omega_{nx}$ . Com os valores médios obtidos em cada cava, independentes de  $F_d$  e em qualquer condição de umidade, a diferença foi de 0,3% para  $\omega_{nz}$  e 1,5% para  $\omega_{nx}$ .



ENSAIOS	CONDIÇÕES	$\omega_{nx}$ (seg <sup>-1</sup> )	$C_x$ (kgf/cm <sup>3</sup> )		$F_d$ (kgf)
			Eq. (III-90)	Eq. (III-91)	
1H	Fundo da 1. <sup>a</sup> cava úmido	120,43	7,04	7,65	57,65
2H	Fundo da 1. <sup>a</sup> cava úmido	102,10	5,06	5,50	79,69
3H	Fundo da 1. <sup>a</sup> cava úmido	99,48	4,81	5,22	113,49
4H	Fundo da 1. <sup>a</sup> cava úmido	109,96	5,87	6,38	48,06
5H	Fundo da 1. <sup>a</sup> cava úmido	102,10	5,06	5,50	79,69
6H	Fundo da 1. <sup>a</sup> cava úmido	94,25	4,31	4,69	101,87
7H	Fundo da 2. <sup>a</sup> cava encharcado	109,96	5,87	6,38	48,06
8H	Fundo da 2. <sup>a</sup> cava encharcado	99,48	4,81	5,22	75,66
9H	Fundo da 2. <sup>a</sup> cava encharcado	102,10	5,06	5,50	119,55
10H	Fundo da 2. <sup>a</sup> cava seco	112,57	6,15	6,69	50,37
11H	Fundo da 2. <sup>a</sup> cava seco	102,10	5,06	5,50	79,69
12H	Fundo da 2. <sup>a</sup> cava seco	96,87	4,56	4,95	106,95
13H	Fundo da 2. <sup>a</sup> cava úmido	112,57	6,15	6,69	50,37
14H	Fundo da 2. <sup>a</sup> cava úmido	100,79	4,93	5,36	77,66
15H	Fundo da 2. <sup>a</sup> cava úmido	91,63	4,08	4,43	96,28

Tabela V.3 - Resultados dos Ensaio de Vibrações Horizontais

ENSAIOS	CONDIÇÕES	$\omega_{nz}$ ( $\text{seg}^{-1}$ )	$C_z$ ( $\text{kgf/cm}^3$ )	$F_d$ ( $\text{kgf}$ )
1V	Fundo da 1. <sup>a</sup> cava úmido	243,47	14,09	679,82
2V	Fundo da 1. <sup>a</sup> cava seco	240,86	13,79	665,27
3V	Fundo da 1. <sup>a</sup> cava seco	215,98	11,09	713,27
4V	Fundo da 1. <sup>a</sup> cava úmido	213,37	10,82	696,08
5V	Fundo da 2. <sup>a</sup> cava úmido	240,86	13,79	443,50
6V	Fundo da 2. <sup>a</sup> cava úmido	238,24	13,48	650,89
7V	Fundo da 2. <sup>a</sup> cava úmido	212,06	10,69	687,57
8V	Fundo da 2. <sup>a</sup> cava seco	256,56	15,64	503,23
9V	Fundo da 2. <sup>a</sup> cava seco	227,77	12,33	594,93
10V	Fundo da 2. <sup>a</sup> cava seco	212,06	10,69	687,57
11V	Fundo da 2. <sup>a</sup> cava úmido	239,55	13,64	438,69
12V	Fundo da 2. <sup>a</sup> cava úmido	227,77	12,33	594,93
13V	Fundo da 2. <sup>a</sup> cava úmido	206,82	10,17	654,02

Tabela V.4 - Resultados dos Ensaio de Vibrações Verticais

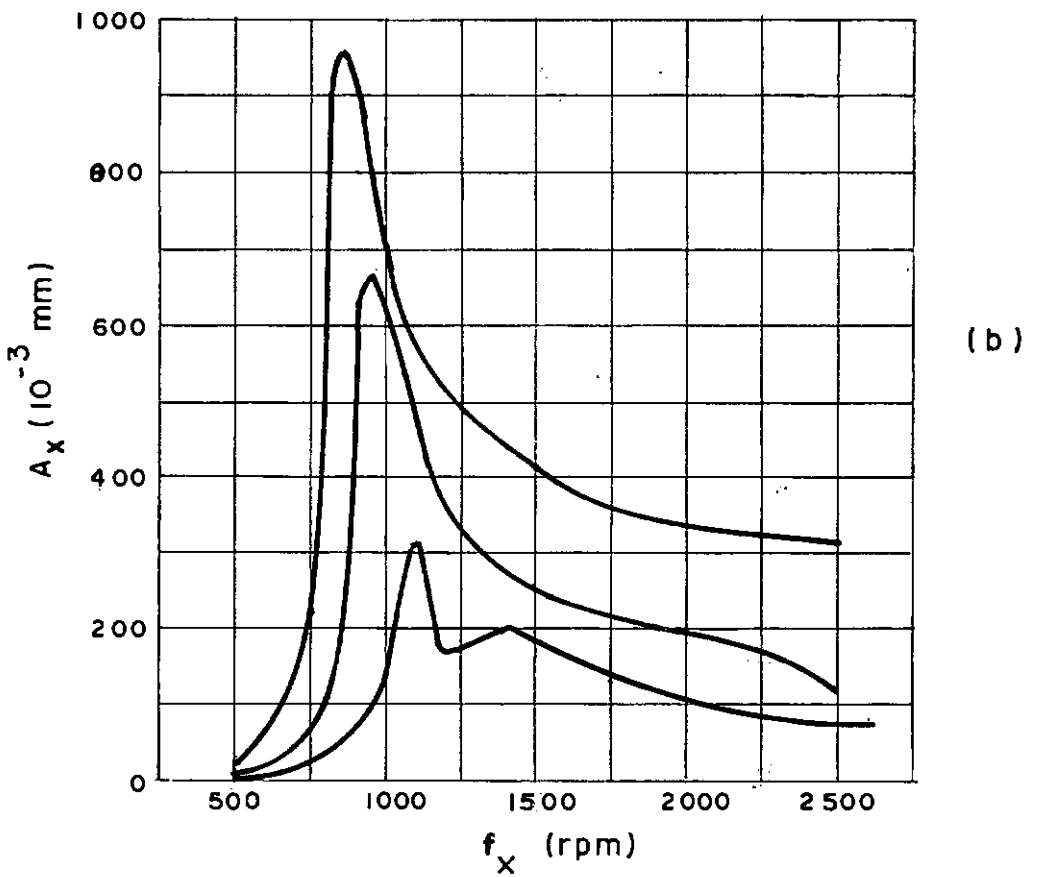
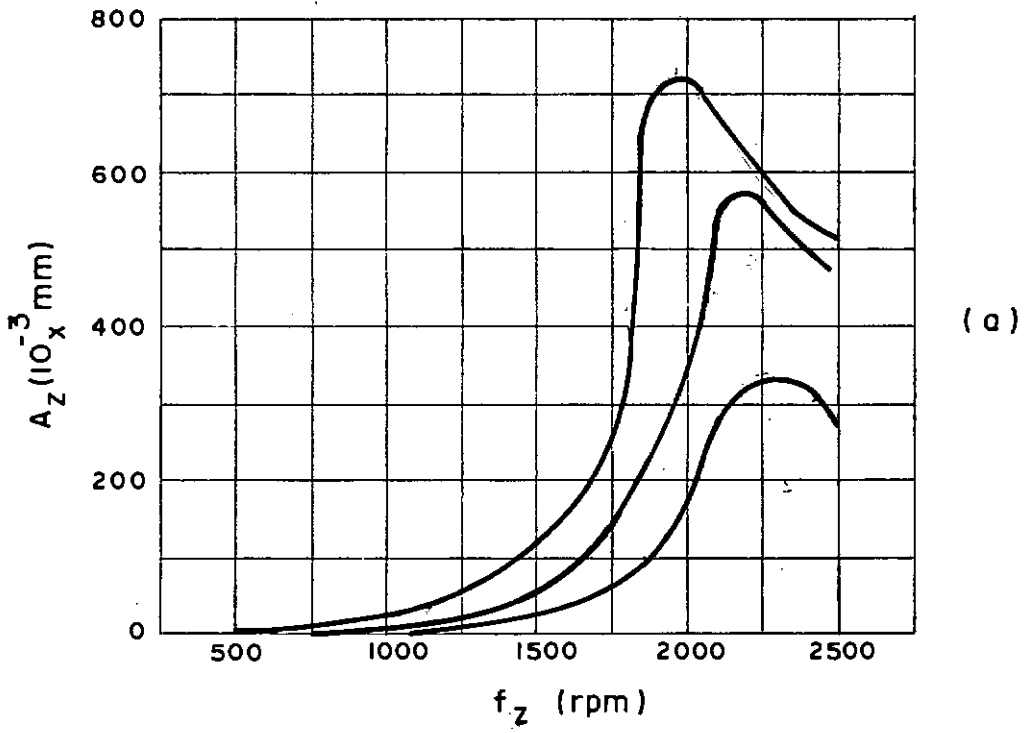
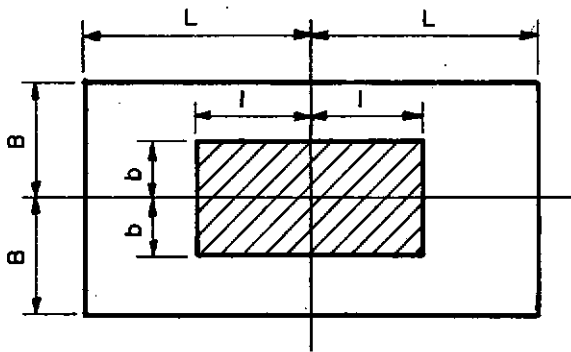


Figura V.7 - Conjunto de curvas de ressonância: (a) Vibração vertical (ensaios 11 V, 12 V e 13 V); (b) vibração horizontal (ensaios 13 H, 14 H e 15 H).

MASSAS DESBALAN- GEADAS (CONJUNTOS)	VALORES MÉDIOS DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS (seg <sup>-1</sup> )					
	$\omega_{nz}$			$\omega_{nx}$		
	1. <sup>a</sup> CAVA	2. <sup>a</sup> CAVA	%	1. <sup>a</sup> CAVA	2. <sup>a</sup> CAVA	%
1	-	-	-	115,20	111,70	3,0
2	-	-	-	102,10	100,79	1,3
3	242,17	231,26	4,7	96,87	96,87	0,0
4	214,68	210,31	2,0	-	-	-
QUALQUER VALOR	228,42	229,08	0,3	104,72	103,12	1,5

(a)



(b)

$$1^{\text{a}} \text{ CAVA} : \frac{L}{l} = \frac{B}{b} = 2.0$$

$$2^{\text{a}} \text{ CAVA} : \frac{L}{l} = \frac{B}{b} = 3.0$$

Tabela V.5 - (a) Frequências Naturais Médias em Função das Massas Desbalanceadas

(b) Relações Entre as Dimensões das Escavações e as do Bloco

Isto confirma os valores encontrados por Ivanoff (1963), segundo o qual, para  $L/\ell = B/b \geq 3,0$ , não há influência nos valores das freqüências naturais; Sankaran e outros (1980), estudando esta influência em solos do tipo SM, concluíram que, para  $L/\ell = B/b \geq 2,25$ , a resposta dinâmica não é afetada.

As forças dinâmicas  $F_d$  variaram de 438,69 kgf a 713,27 kgf para a vibração vertical e de 48,06 kgf a 119,55 kgf para a vibração horizontal; em termos de valores médios tem-se:  $F_{dv} = 616,14$  kgf e  $F_{dH} = 79,00$  kgf. Isto corresponde a uma  $F_{dv} = 0,53 P$  e  $F_{dH} = 0,07 P$ , onde  $P$  é o peso total do conjunto motor-vibrador-bloco. Verifica-se que, para a vibração vertical, a força de excitação ultrapassa a recomendação da Norma Indiana IS 5249 (Prakash, 1981), que é  $F_d \leq 0,20 P$ .

Os valores determinados para os parâmetros  $C_z$  e  $C_x$  (Tabelas V.3 e V.4), apresentaram uma variação em até 53,8% para  $C_z$  e de 72,5% para  $C_x$ . Isto pode ser justificado pelo fato desses parâmetros variarem diretamente com o quadrado das suas freqüências naturais, que por sua vez decrescem com o aumento das forças de excitação, conforme já comentado anteriormente. Para cada conjunto de massas desbalanceadas na mesma cava e condições de umidade idênticas, as variações máximas foram de 9,3% para  $C_z$  e de 11,6% para  $C_x$ . O valor médio de  $C_z$  é de 12,50 kgf/cm<sup>3</sup>; enquanto que para  $C_x$  é de 5,25 kgf/cm<sup>3</sup> (de acordo com a Equação III.90) e de 5,71 kgf/cm<sup>3</sup> (Equação III.91). Relacionando o valor médio de  $C_z$  com aqueles de  $C_x$ , tem-se:

$$(a) \text{ de acordo com a Equação III.90: } \left( \frac{C_z}{C_x} \right)_a = 2,38$$

$$(b) \text{ de acordo com a Equação III.91: } \left( \frac{C_z}{C_x} \right)_b = 2,18$$

Comparando a relação  $(C_z/C_x)_a$  com aquela proposta na Equação III.16 (Barkan, 1962), verifica-se uma diferença para mais em 19%; já  $(C_z/C_x)_b$  com a Equação III.18 sugerida pela Norma Indiana IS 5249 (Prakash, 1981), tem-se uma diferença em 26%.

Os parâmetros dinâmicos  $E$  (módulo de elasticidade) e  $C_{\phi y}$  (coeficiente de compressão elástica não uniforme) não foram determinados por falta de equipamentos de medição adequados; o vibrador projetado pode ser utilizado na obtenção destes parâmetros. Para a determinação de  $E$ , utiliza-se os equipamentos de medição descritos em III.4.3. No caso de  $C_{\phi y}$ , poder-se-á utilizar o "Método de Fase" proposto por Yan (1981), no qual o vibrador é posicionado em pé, gerando uma força dinâmica horizontal e um momento no centro de gravidade do conjunto motor - vibrador - bloco. Registradores gráficos (oscilógrafos) são utilizados para medir as amplitudes horizontal ( $A_x$ ) e de rotação ( $A_{\phi y}$ ) e os ângulos de fase  $\alpha$  e  $\beta$  entre a força de excitação e a translação e rotação, respectivamente; para uma dada frequência. Com estes dados e com o emprego de fórmulas apropriadas pode-se determinar tanto  $C_{\phi y}$  como  $C_x$ .

Os coeficientes de amortecimento  $\delta$  foram determinados para os ensaios de números 11 V, 12 V e 13 V, onde as amplitudes máximas foram bem definidas. O valor médio deste coeficiente de acordo com a Equação III.88 é igual a  $\Delta = 0,141$ .

#### V.6. RELAÇÕES ENTRE OS RESULTADOS DE CAMPO E DE LABORATÓRIO

Partindo do parâmetro  $C_z$ , determinado no ensaio de vibração, pode-se determinar o valor do módulo de elasticidade dinâmico  $E_d$  e, a partir daí, o módulo cisalhante  $G$ , de acordo com as Equações III.80 e III.86a, respectivamente. Assim, utilizando-se:

$$\nu = 0,30$$

$$A = 5000 \text{ cm}^2$$

$$C_s = 1,09$$

$$C_z = 12,50 \text{ kgf/cm}^3$$

obtem-se:

$$E_d = 740 \text{ kgf/cm}^2$$

$$G = 285 \text{ kgf/cm}^2$$

O módulo de elasticidade estático  $E_{est}$ , de acordo com os estudos desenvolvidos por Buisman (1935) e Barata (1962), pode ser determinado pela expressão:

$$E_{est} = a q_c (\text{kgf/cm}^2) \quad (V.4)$$

sendo:

$a$  - "Coeficiente de Buisman"

$q_c$  - resistência de ponta obtida do ensaio de penetração estática de cone ("diepsondering")

Na ausência de resultados de ensaios de penetração estática, a resistência de ponta  $q_c$  pode ser estimada a partir do ensaio de penetração dinâmica (SPT) através de:

$$q_c = n N \quad (V.5)$$

onde:

$n$  - parâmetro que depende do tipo de solo

$N$  - número de golpes no SPT

Utilizando-se:

$$a = 1,2 \text{ (Barata, 1962)}$$

$$n = 10 \text{ (Costa Nunes e Velloso, 1959)}$$

$$N = 21$$

ou:

$$a = 2 \text{ (Schmertmann, 1970)}$$

$$n = 5,3 \text{ (Ragoni Danziger, 1982)}$$

$$N = 21$$

tem-se:

ou:

$$(E_{est})_{SPT} = 252 \text{ kgf/cm}^2$$

$$(E_{est})_{SPT} = 223 \text{ kgf/cm}^2$$

Uma comparação entre os módulos de elasticidade de laboratório e de campo mostra que os primeiros são menores cerca de 3 vezes. Esta diferença se deve à dificuldade em se ensaiar uma amostra representativa do material in situ quando se trata de solo parcialmente saturado pois, por maior que seja o cuidado no preparo do corpo de prova, o solo expande, o que vai implicar numa maior compressibilidade quando ensaiado.

Comparando o módulo de elasticidade dinâmico  $E_d$  com os módulos de elasticidade estáticos  $E_{est}$  tem-se as seguintes relações (no caso de laboratório tomou-se o módulo em expansão como equivalente ao dinâmico):

$$\text{em laboratório: } \frac{E_{oed, e}}{E_{oed, c}} = \frac{185}{90} = 2,1$$

$$\text{no campo: } \frac{E_{d, vib}}{E_{est, SPT}} = \frac{740}{252} = 2,9 \quad (\text{ou } \frac{E_{d, vib}}{E_{est, SPT}} = \frac{740}{223} = 3,3)$$

Esta relação foi analisada por Rausch em 1968 (Buzdugan, 1972), segundo o qual varia entre 2,5 a 3,75 para solos arenosos.

#### V.7. ESTIMATIVA DE PARÂMETROS DINÂMICOS COM BASE EM CORRELAÇÕES DA LITERATURA

Conhecendo-se a pressão admissível do terreno de fundação sob ação de um carregamento estático, pode-se, com auxílio da Tabela III.4 sugerida por Barkan (1962), estimar o parâmetro  $C_z$ . A pressão admissível pode ser determinada através da verificação de capacidade de carga e recalques, utilizando-se parâmetros do solo estimados a partir do SPT ( $c' = 0,05 \text{ kgf/cm}^2$ ,  $\phi' = 30^\circ$ ,  $E = 250 \text{ kgf/cm}^2$ ), obtendo-se um valor em torno de  $2,0 \text{ kgf/cm}^2$  (para um fator de segurança igual a 3,0 e um recalque admissível de 0,5 cm).

Com  $p_{adm} = 2,0 \text{ kgf/cm}^2$  na Tabela III.4, pode-se obter  $C_z = 3,5 \text{ kgf/cm}^3$  para uma área de  $10 \text{ m}^2$ . Corrigindo para a área



do ensaio (0,5 m<sup>2</sup>), tem-se:

$$C_z = 15,65 \text{ kgf/cm}^3$$

Utilizando-se as expressões propostas por Savinov (Major, 1980), pode-se, também, determinar os valores dos parâmetros  $C_z$  e  $C_x$ . Estas expressões são:

$$C_z = C_0 \cdot \left[ 1 + \frac{2(a + b)}{\Delta_1 F} \right] \frac{p}{p_0} \quad (V.1)$$

$$C_x = \frac{1 - \nu}{1 - 0,5 \nu} \cdot C_z \quad (V.2)$$

$$E = \frac{(1 - \nu^2) C_0 \cdot 10^3}{1,7} (\text{kgf/cm}^2) \quad (V.3)$$

onde:

$C_0, \Delta_1$  : constantes características da elasticidade, independentes das dimensões da área de apoio da fundação

$a, b$  : dimensões da área da fundação ( $F = a \cdot b$ )

$p$  : pressão estática que se transmite ao terreno de fundação

$p_0$  : pressão específica do equipamento de ensaio quando foram calculados os valores de  $C_0$

Os valores de  $C_0$  constam da Tabela V.6, obtidos para uma pressão estática  $p_0 = 0,2 \text{ kgf/cm}^2$ . Com os valores dos ensaios descritos em V.2, tem-se:

$$a = 100 \text{ cm}$$

$$C_z = 12,11 \text{ kgf/cm}^3$$

$$b = 50 \text{ cm}$$

$$C_x = 9,98 \text{ kgf/cm}^3$$

$$\Delta_1 = 1 \text{ m}^{-1} \text{ (sugerido por Savinov)}$$

$$E = 850 \text{ kgf/cm}^2$$

$$C_0 = 1,6 \text{ kgf/cm}^3$$

$$p = 0,234 \text{ kgf/cm}^2$$

$$\nu = 0,3$$

TIPO	SOLO	$C_0$ (kgf/cm <sup>3</sup> )
Mole	Solos siltosos, areias fofas, aterros de argila	0,6 - 0,7
Baixa Densidade	Argila de baixa plasticidade, argilas arenosas, areais fofas saturadas	0,8 - 1,2
Média Densidade	Argilas arenosas rijas, argilas arenosas, areias de densidade média, areia fina	1,3 - 2,0
Dura	Areias argilosas compactas, areias compactas, areias grossas e pedregulosas, alteração de rochas	2,0 - 3,0

Tabela V.6 - Coeficiente  $C_0$  para diferentes tipos de solo para o caso de  $p_0 = 0,2$  kgf/cm<sup>2</sup> segundo Savinov (apud Major, 1980).



Foto 3 - Montagem do conjunto vibrador-motor para a vibração vertical.

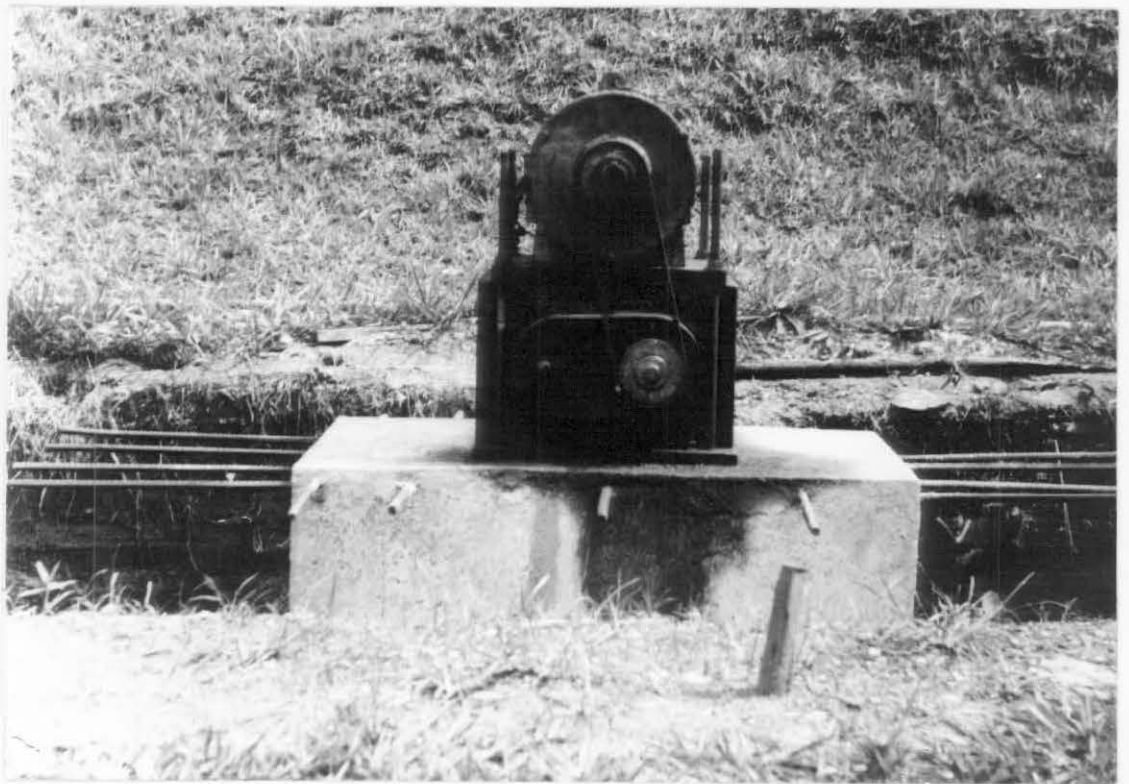


Foto 4 - Conjunto vibrador-motor montado para produzir vibrações verticais.

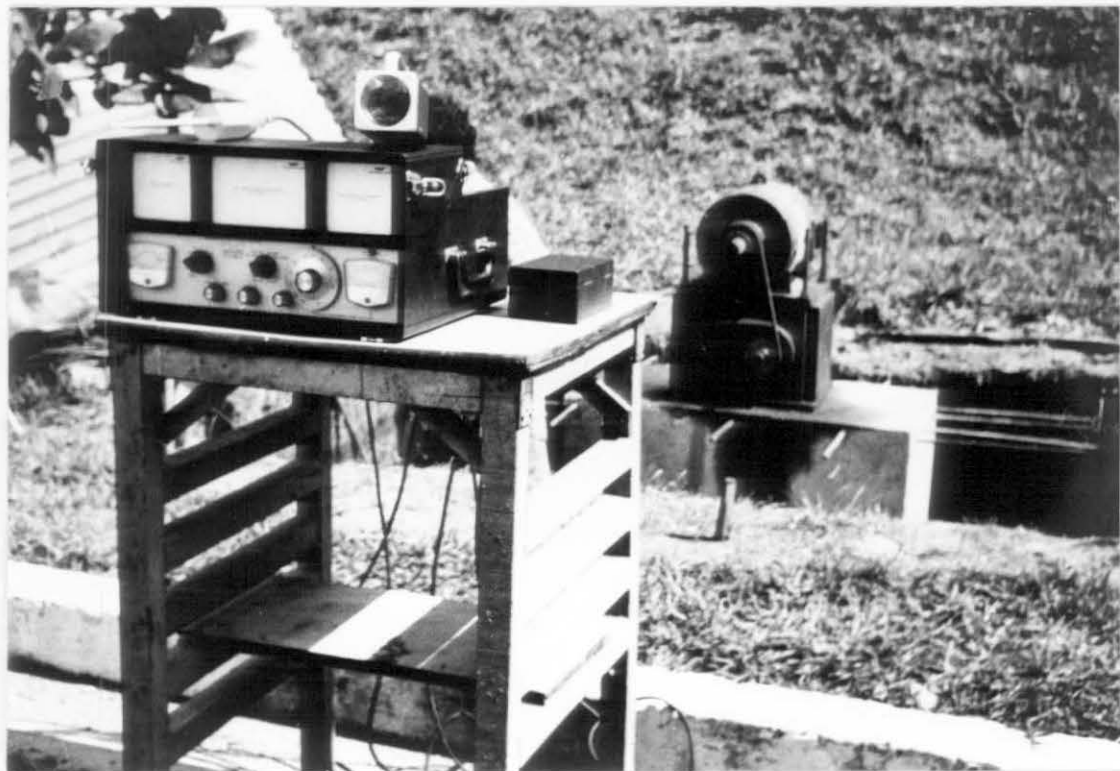


Foto 5 - Equipamentos para medir a resposta dinâmica.



Foto 6 - Medição das amplitudes verticais e das rotações.



Foto 7 - Montagem do conjunto vibrador-motor para a vibração horizontal.

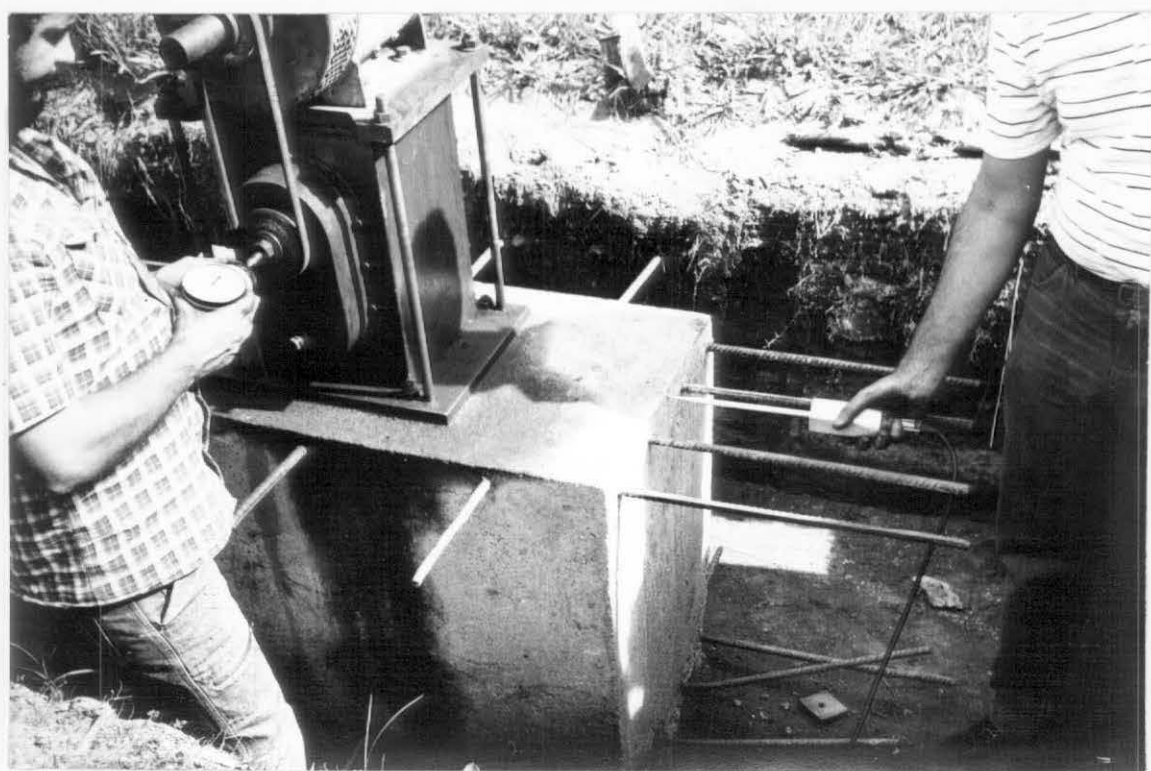


Foto 8 - Medição das amplitudes horizontais e das rotações.

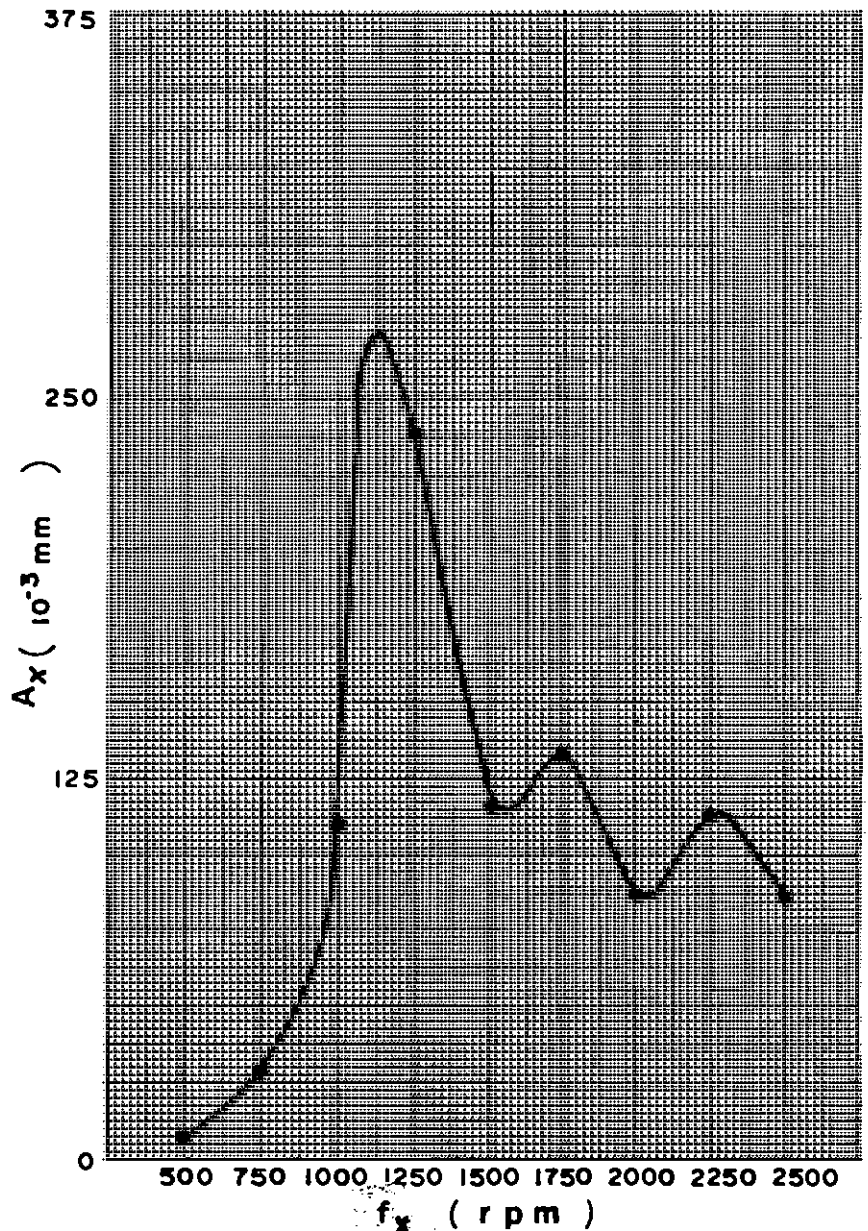
## ENSAIO PARA DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO DINÂMICO $C_x$ VIBRAÇÃO HORIZONTAL

**Local Centro de Pesquisas - CSN - Volta Redonda - RJ.**

Ensaio Nº 1H Coordenadas: N                     E                     Data 28 / 01 / 83

**Conjunto de massas desbalanceadas N<sup>o</sup>\_\_ 1**

### Observações Após Período de Chuvas; 1º Cava

[illegible]

m (Kgf.sec <sup>2</sup> /cm)	A <sub>b</sub> (cm <sup>2</sup> )	I <sub>y</sub> (cm <sup>4</sup> )	M <sub>mo</sub> (Kgf.cm.sec <sup>2</sup> )	M <sub>m</sub> (Kgf.cm.sec <sup>2</sup> )	$\delta = \frac{M_m}{M_{mo}}$	$\omega_{nx}$ (sec <sup>-1</sup> )	C <sub>x</sub> (Kgf/cm <sup>3</sup> )
1,1882	5000	4,16x10 <sup>6</sup>	4730	1237	0,2615	120,43	7,04



**Observações** Após Período de Chuvas; 1ª Cava

The graph plots the amplitude  $A_x$  (in units of  $10^{-3} \text{ mm}$ ) on the y-axis against the frequency  $f_{0x}$  (in rpm) on the x-axis. The y-axis ranges from 0 to 750 with major ticks every 250 units. The x-axis ranges from 500 to 2500 rpm with major ticks every 250 units. The curve starts at approximately 500 rpm and 20 units, rises to a sharp peak of about 700 units at 1000 rpm, then falls to a local minimum of about 180 units at 1800 rpm. It then rises slightly to a secondary peak of about 220 units at 2000 rpm, before decreasing again to about 150 units at 2500 rpm.

$f_{0x}$ (rpm)	$A_x$ ( $10^{-3} \text{ mm}$ )
500	20
750	80
1000	700
1250	350
1500	250
1750	180
2000	220
2250	200
2500	150

m (Kgf.sec <sup>2</sup> /cm)	A <sub>b</sub> (cm <sup>2</sup> )	I <sub>y</sub> (cm <sup>4</sup> )	M <sub>mo</sub> (Kgf.cm.sec <sup>2</sup> )	M <sub>m</sub> (Kgf.cm.sec <sup>2</sup> )	$\delta = \frac{M_m}{M_{mo}}$	$\omega_{nx}$ (sec <sup>-1</sup> )	C <sub>x</sub> (Kgf/cm <sup>3</sup> )
1,1882	5000	4,16x10 <sup>6</sup>	4730	1237	0,2615	102,10	5,06

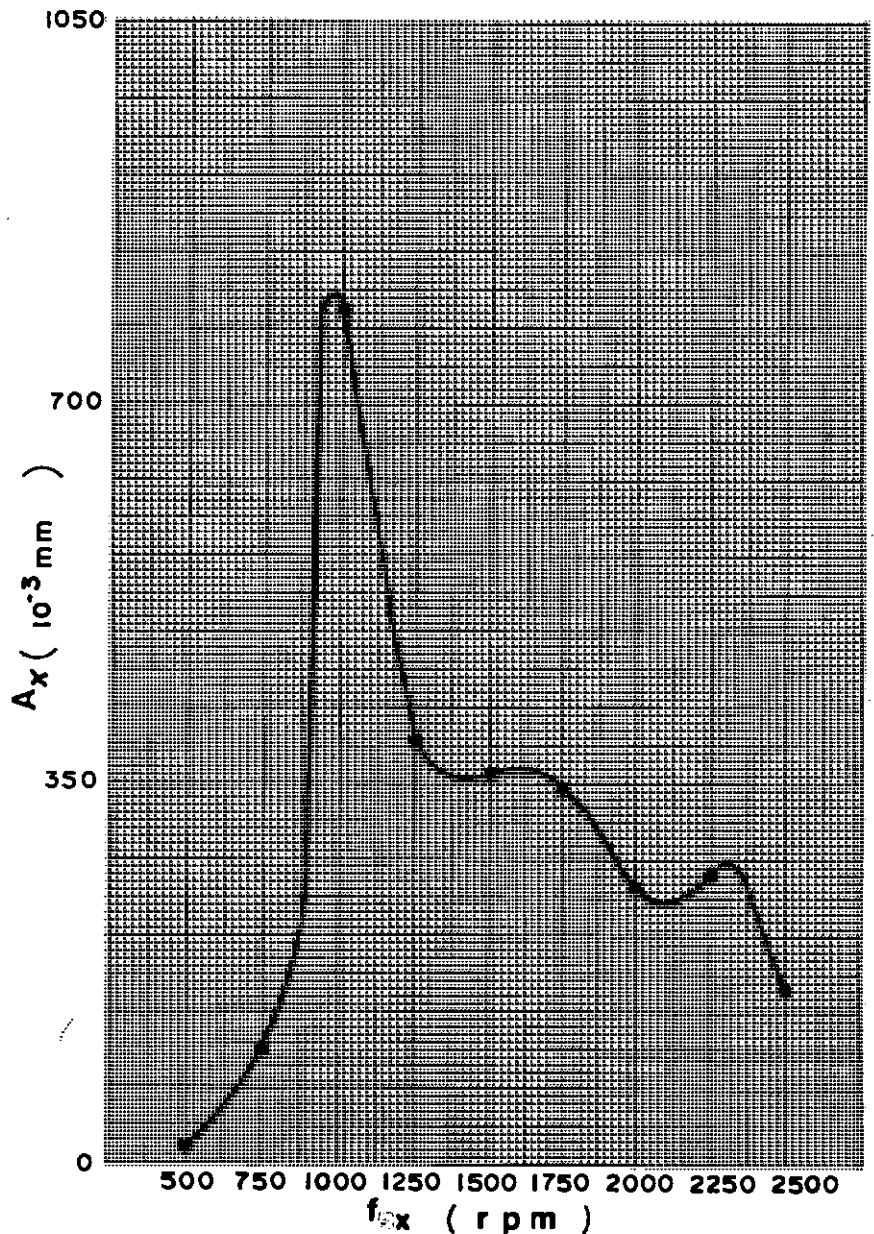
## ENSAIO PARA DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO DINÂMICO $C_x$ VIBRAÇÃO HORIZONTAL

**Local Centro de Pesquisas - CSN - Volta Redonda - RJ.**

Ensaio N<sup>o</sup> 3H Coordenadas: N      E      Data 28/01/83

### Conjunto de massas desbalanceadas N°\_3\_

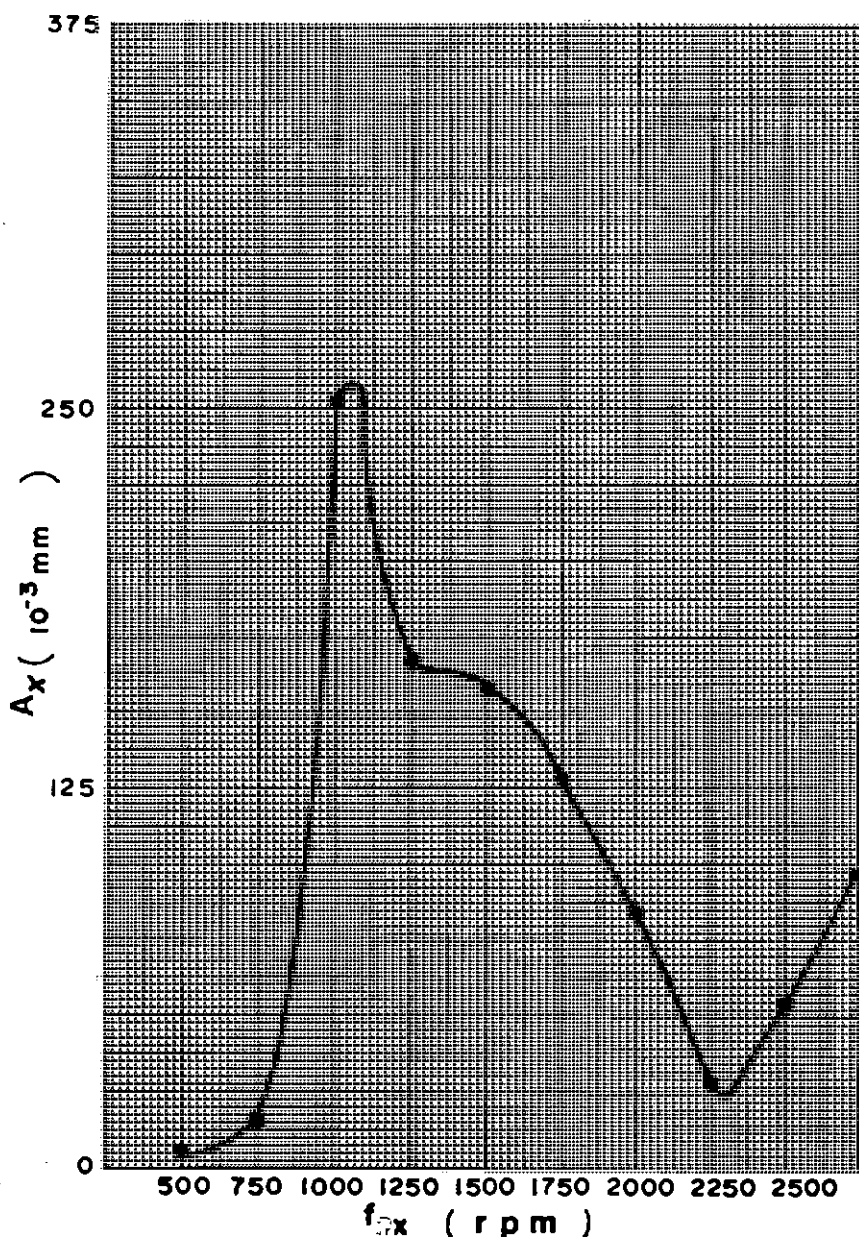
**Observações** Após Período de Chuvas; 1º Cava

[illegible]

m (Kgf.sec <sup>2</sup> /cm)	Ab (cm <sup>2</sup> )	Iy (cm <sup>4</sup> )	Mmo (Kgf.cm.sec <sup>2</sup> )	Mm (Kgf.cm.sec <sup>2</sup> )	$\delta = \frac{Mm}{Mmo}$	$\omega_{nx}$ (sec <sup>-1</sup> )	Cx (Kgf/cm <sup>3</sup> )
1,1882	5000	4,16 x 10 <sup>6</sup>	4730	1237	0,2615	99,48	4,81



Observações Chuvas nos Dias 5,6 e 7/3 ; O Fundo da Cava Apresentava-se  
Úmido; 1ª Cava



m (Kgf.sec <sup>2</sup> /cm)	A <sub>b</sub> (cm <sup>2</sup> )	I <sub>y</sub> (cm <sup>4</sup> )	M <sub>mo</sub> (Kgf.cm.sec <sup>2</sup> )	M <sub>m</sub> (Kgf.cm.sec <sup>2</sup> )	$\delta = \frac{M_m}{M_{mo}}$	$\omega_{nx}$ (sec <sup>-1</sup> )	C <sub>x</sub> (Kgf/cm <sup>3</sup> )
1,1882	5000	4,16x10 <sup>6</sup>	4730	1237	0,2615	109,96	5,87

## ENSAIO PARA DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO DINÂMICO $C_x$ VIBRAÇÃO HORIZONTAL

# ENSAIO PARA DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO DINÂMICO $C_x$ VIBRAÇÃO HORIZONTAL

Local Centro de Pesquisas – CSN – Volta Redonda – RJ.

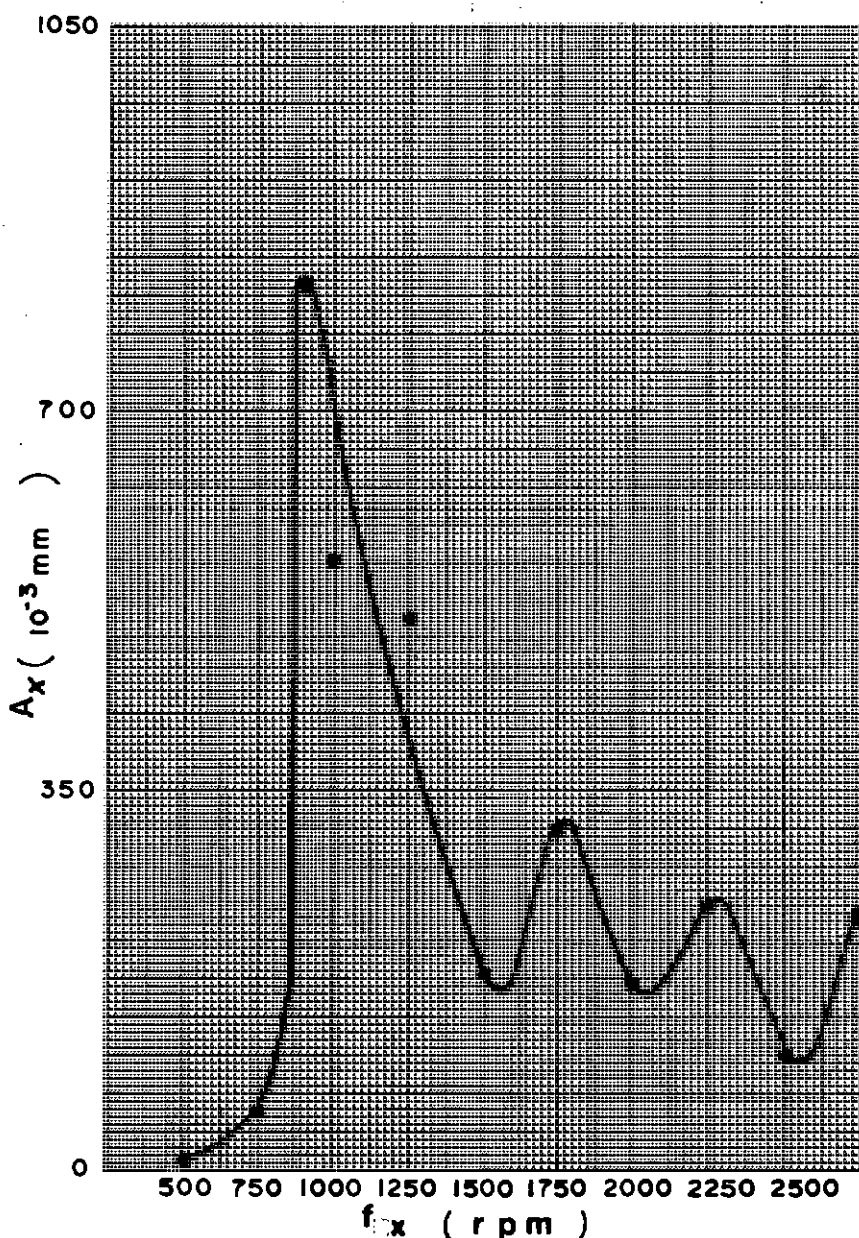
Ensaio N<sup>o</sup> 6H. Coordenadas: N        E        Data 11/03/83

Conjunto de massas desbalanceadas N<sup>o</sup> 3

Observações Chuvas nos Dias 5,6 e 7/3; O Fundo da Cava Apresentava-se

Úmido ; 1<sup>a</sup> Cava

RPM	Amplitudes( $10^{-3}$ mm)		
	1	2	3
500	7,6	5,1	2,5
750	50,8	33,8	12,7
900	812,8	508,0	188,0
1000	558,8	330,2	134,6
1250	508,0	330,2	132,1
1500	177,8	116,8	50,8
1750	304,8	190,5	86,4
2000	167,6	111,8	50,8
2250	238,8	147,3	66,0
2500	106,7	71,2	45,7
2750	228,6	152,4	91,4

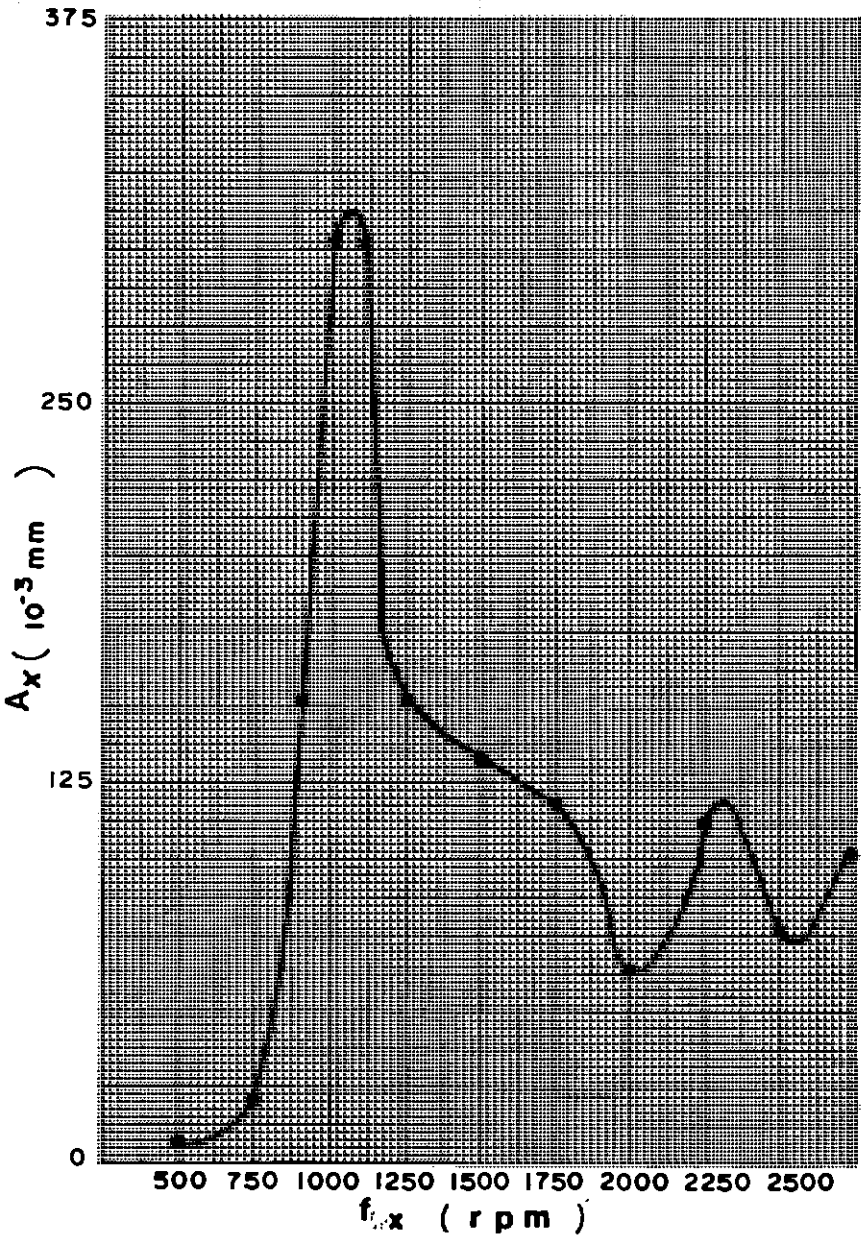


$m$ (Kgf.seg <sup>2</sup> /cm)	$A_b$ (cm <sup>2</sup> )	$I_y$ (cm <sup>4</sup> )	$M_{mo}$ (Kgf.cm.seg <sup>2</sup> )	$M_m$ (Kgf.cm.seg <sup>2</sup> )	$\delta = \frac{M_m}{M_{mo}}$	$\omega_{nx}$ (seg <sup>-1</sup> )	$C_x$ (Kgf/cm <sup>3</sup> )
1,1882	5000	$4,16 \times 10^6$	4730	1237	0,2615	94,25	4,31

ENSAIO PARA DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO DINÂMICO Cx  
VIBRAÇÃO HORIZONTAL

Local Centro de Pesquisas – CSN – Volta Redonda – RJ. \_\_\_\_\_  
Ensaio Nº 7H \_\_\_\_\_ Coordenadas: N \_\_\_\_\_ E \_\_\_\_\_ Data 29/03/83  
Conjunto de massas desbalanceadas Nº 1 \_\_\_\_\_  
Observações Chuvas Fortes nos Dias 27 e 28 ; O Fundo da Cava Apresen-  
tava-se Bastante Úmida (Encharcado). 2ª Cava \_\_\_\_\_

RPM	Amplitudes(10 <sup>-3</sup> mm)		
	1	2	3
500	5,6	3,8	2,0
750	20,8	14,2	5,6
900	152,4	101,6	38,1
1000	304,8	182,9	66,0
1100	304,8	213,4	71,1
1250	152,4	96,5	45,7
1500	132,1	86,4	30,5
1750	116,8	76,2	33,0
2000	63,5	45,7	22,4
2250	111,8	76,2	38,1
2500	76,2	50,8	25,4
2750	101,6	76,2	40,6



m (Kgf.seg <sup>2</sup> /cm)	A <sub>b</sub> (cm <sup>2</sup> )	I <sub>y</sub> (cm <sup>4</sup> )	M <sub>mo</sub> (Kgf.cm.seg <sup>2</sup> )	M <sub>m</sub> (Kgf.cm.seg <sup>2</sup> )	$\delta = \frac{M_m}{M_{mo}}$	$\omega_{nx}$ (seg <sup>-1</sup> )	C <sub>x</sub> (Kgf/cm <sup>3</sup> )
1,1882	5000	4,16x10 <sup>6</sup>	4730	1237	0,2615	109,96	5,87

# ENSAIO PARA DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO DINÂMICO $C_x$ VIBRAÇÃO HORIZONTAL

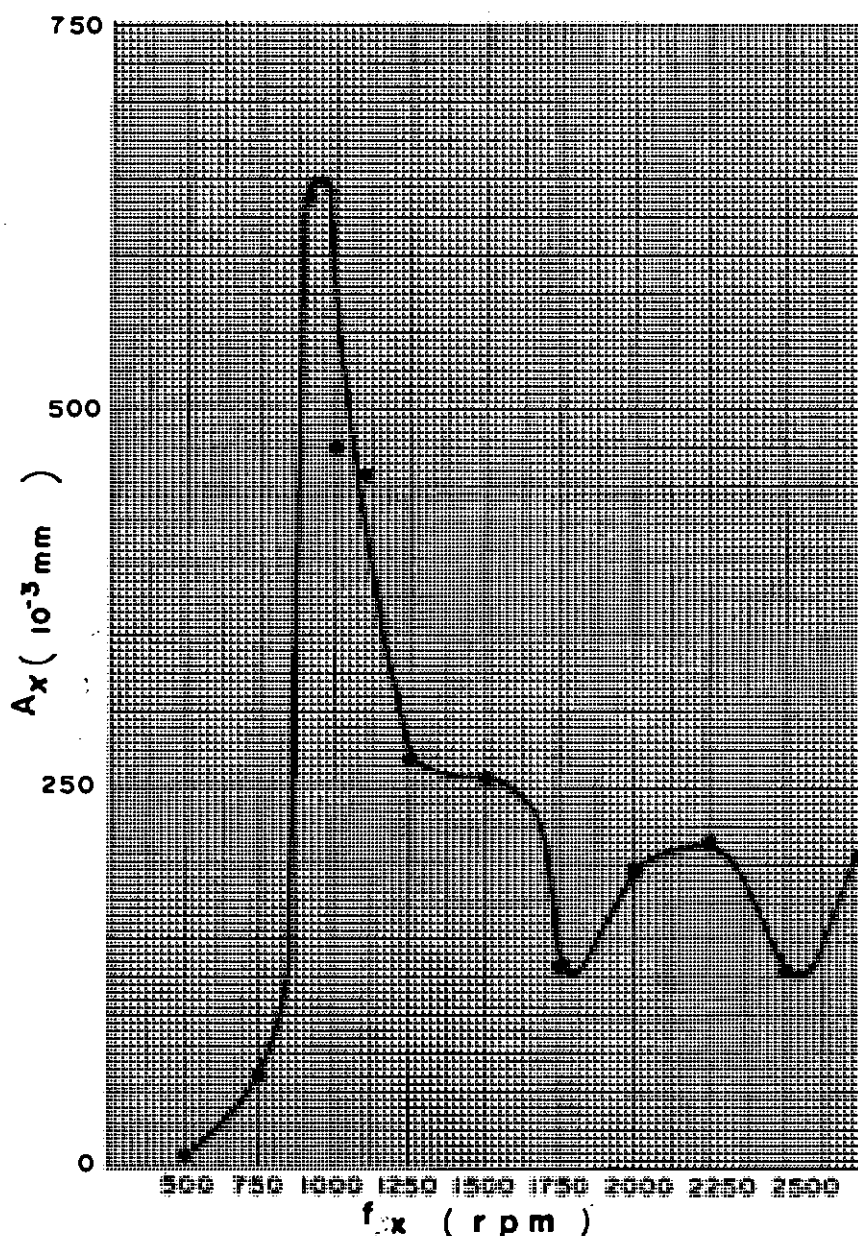
Local Centro de Pesquisas - CSN - Volta Redonda - RJ.

Ensaio N° 8H Coordenadas: N            E            Data 29/03/83

Conjunto de massas desbalanceadas N° 2

Observações Chuvas Fortes nos Dias 27 e 28 ; O Fundo da Cava Apresentava-se Bastante Úmido (Encharcado) 2ª Cava

RPM	Amplitudes ( $10^{-3}$ mm)		
	1	2	3
500	7,6	5,3	2,5
750	61,0	43,2	18,3
900	635,0	431,8	101,6
1000	469,9	304,8	132,1
1100	457,2	304,8	152,4
1250	266,7	167,6	66,0
1500	254,0	188,0	76,2
1750	132,1	101,6	43,2
2000	193,0	127,0	60,9
2250	213,4	147,3	55,9
2500	127,0	91,4	45,7
2750	203,2	137,2	81,3



$m$ (Kgf.seg <sup>2</sup> /cm)	$A_b$ (cm <sup>2</sup> )	$I_y$ (cm <sup>4</sup> )	$M_{mo}$ (Kgf.cm.seg <sup>2</sup> )	$M_m$ (Kgf.cm.seg <sup>2</sup> )	$\delta = \frac{M_m}{M_{mo}}$	$\omega_{nx}$ (seg <sup>-1</sup> )	$C_x$ (Kgf/cm <sup>3</sup> )
1,1882	5000	$4,16 \times 10^6$	4730	1237	0,2615	99,48	4,81



# ENSAIO PARA DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO DINÂMICO $C_x$ VIBRAÇÃO HORIZONTAL

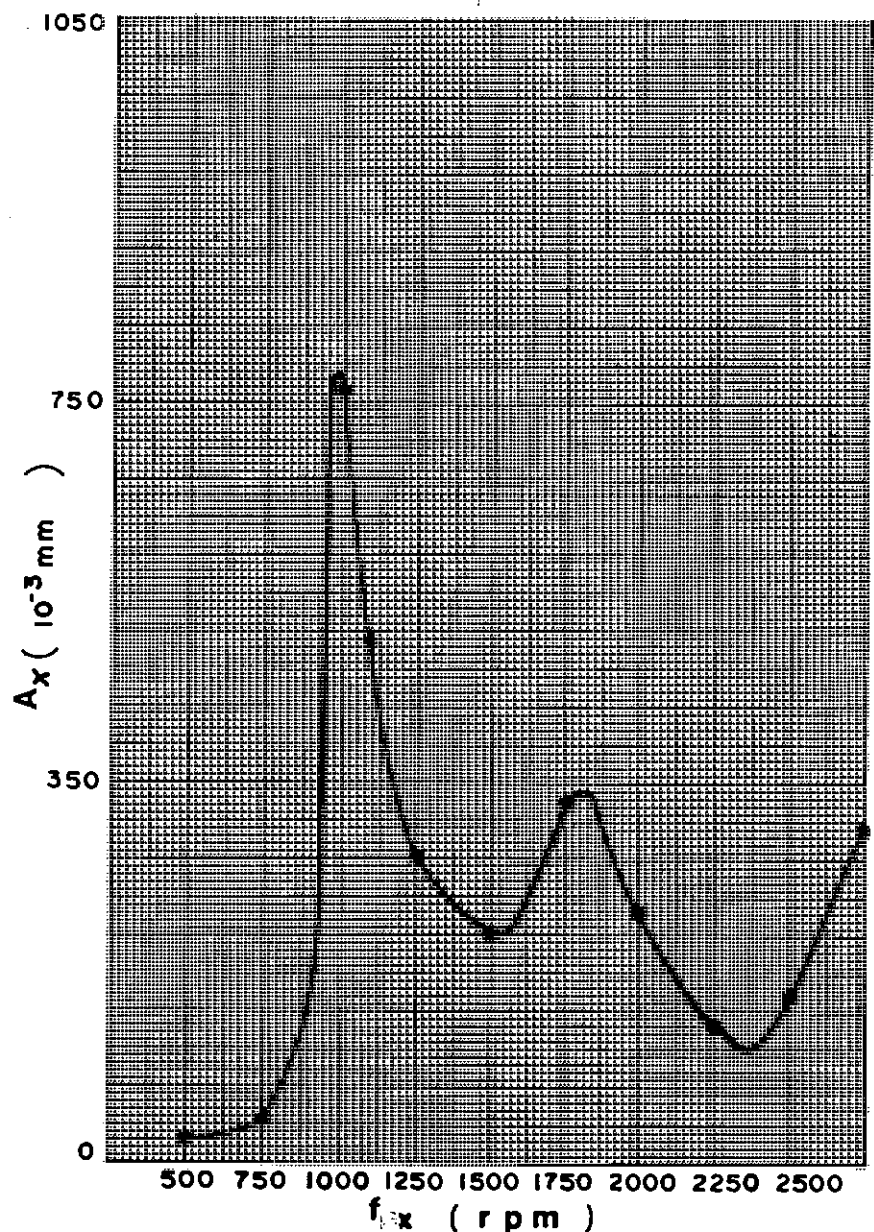
Local Centro de Pesquisas – CSN – Volta Redonda – RJ.

Ensaio N° 9H Coordenadas: N            E            Data 29 / 03 / 83

Conjunto de massas desbalanceadas N° 3

Observações Chuvas Fortes nos Dias 27 e 28; O Fundo da Cava Apresentava-se  
Bastante Úmido (Enchafrcado) 2º Cava

RPM	Amplitudes ( $10^{-3}$ mm)		
	1	2	3
500	22,9	13,2	5,6
750	38,1	25,4	11,7
1000	711,2	482,6	198,1
1080	482,6	330,2	116,8
1250	279,4	193,0	66,0
1500	208,3	127,0	61,0
1750	330,2	218,4	86,4
2000	228,3	152,4	76,2
2250	127,0	86,4	45,7
2500	152,4	111,8	63,5
2750	304,8	218,4	121,9



$m$ (Kgf.seg <sup>2</sup> /cm)	$A_b$ (cm <sup>2</sup> )	$I_y$ (cm <sup>4</sup> )	$M_{mo}$ (Kgf.cm.seg <sup>2</sup> )	$M_m$ (Kgf.cm.seg <sup>2</sup> )	$\delta = \frac{M_m}{M_{mo}}$	$\omega_{nx}$ (seg <sup>-1</sup> )	$C_x$ (Kgf/cm <sup>3</sup> )
1,1882	5000	$4,16 \times 10^6$	4730	1237	0,2615	102,10	5,06

ENSAIO PARA DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO DINÂMICO Cx  
VIBRAÇÃO HORIZONTAL

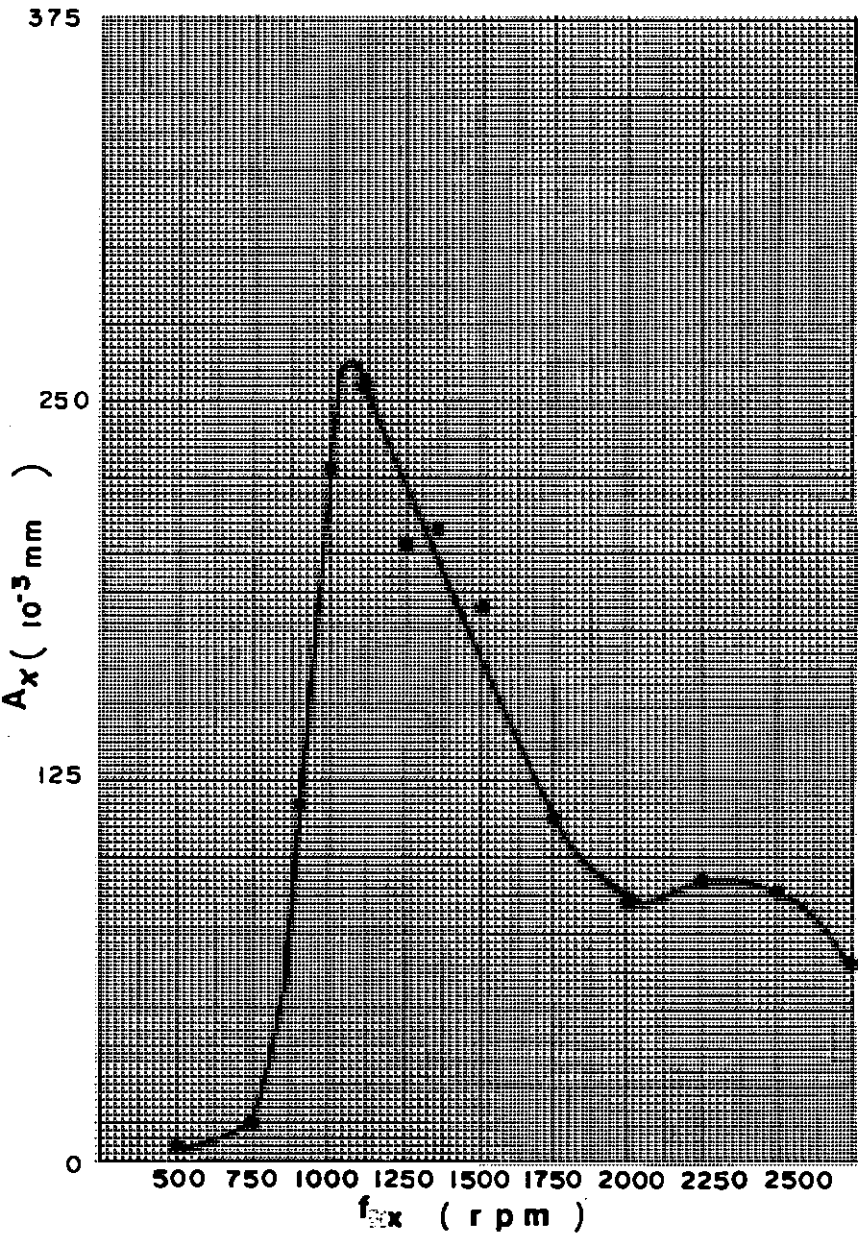
Local Centro de Pesquisas – CSN – Volta Redonda – RJ. \_\_\_\_\_

Ensaio Nº 10H Coordenadas: N \_\_\_\_\_ E \_\_\_\_\_ Data 23 / 05 / 83

Conjunto de massas desbalanceadas Nº 1 \_\_\_\_\_

Observações Fundo da Cava Seco ; 2º Cava \_\_\_\_\_

RPM	Amplitudes(10 <sup>-3</sup> mm)		
	1	2	3
500	5,1	4,2	2,3
750	12,7	8,6	4,6
900	116,8	76,2	35,6
1000	228,6	177,8	86,4
1100	254,0	177,8	86,4
1250	228,6	167,6	71,1
1350	208,3	132,1	50,8
1500	182,9	116,8	50,8
1750	111,8	81,3	38,1
2000	86,4	55,9	30,5
2250	91,4	61,0	33,0
2500	88,9	58,4	29,2
2750	66,0	43,2	22,9



m (Kgf.seg <sup>2</sup> /cm)	Ab (cm <sup>2</sup> )	Iy (cm <sup>4</sup> )	Mmo (Kgf.cm.seg <sup>2</sup> )	Mm (Kgf.cm.seg <sup>2</sup> )	$\delta = \frac{Mm}{Mmo}$	$\omega_{nx}$ (seg <sup>-1</sup> )	Cx (Kgf/cm <sup>3</sup> )
1,1882	5000	4,16x10 <sup>6</sup>	4730	1237	0,2615	112,57	6,15

# ENSAIO PARA DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO DINÂMICO $C_x$ VIBRAÇÃO HORIZONTAL

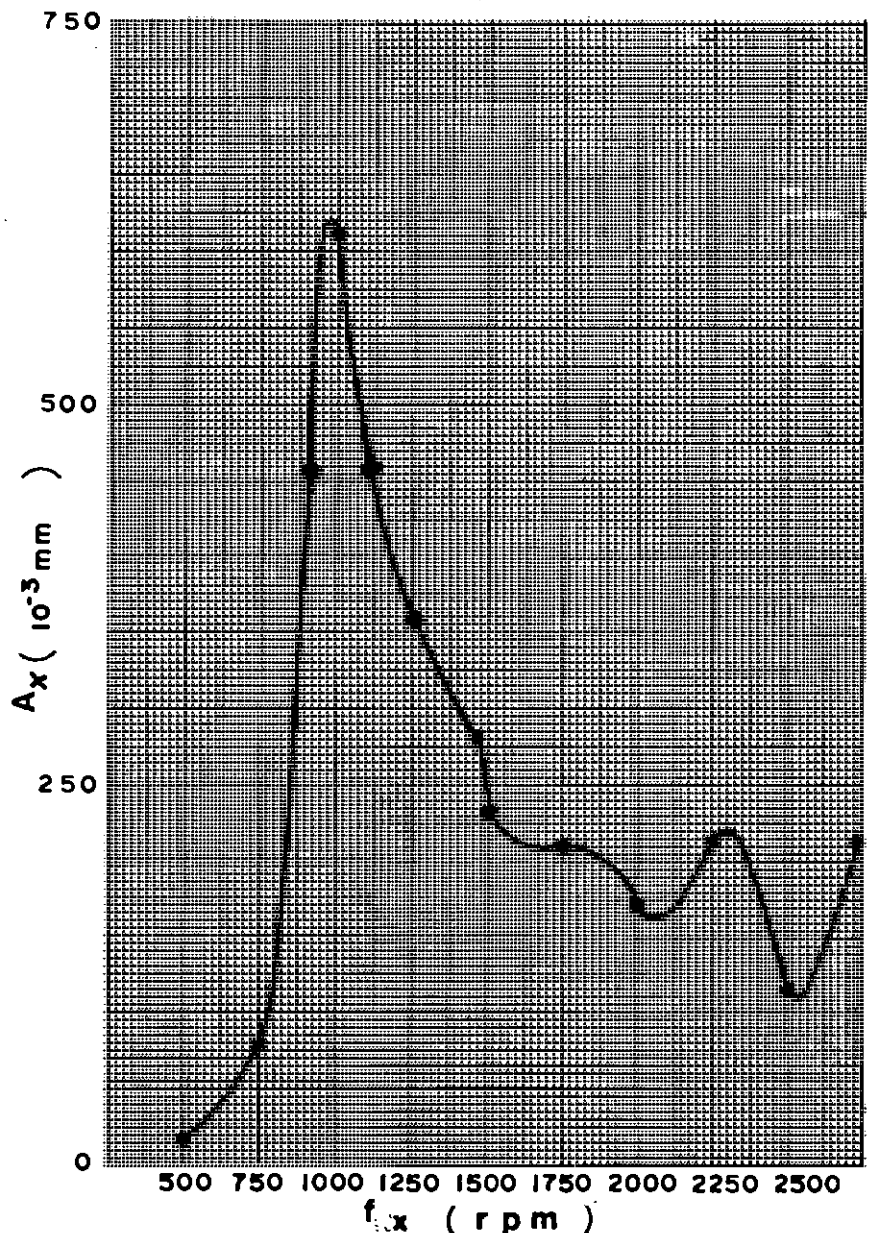
Local Centro de Pesquisas - CSN - Volta Redonda - RJ.

Ensaio N° 11H Coordenadas: N            E            Data 23/05/83

Conjunto de massas desbalanceadas N° 2

Observações Fundo da Cavd Seco; 2° Cava

RPM	Amplitudes ( $10^{-3}$ mm)		
	1	2	3
500	14,7	10,2	4,6
750	76,2	50,8	25,4
900	457,2	304,8	142,2
1000	609,6	419,1	167,6
1100	457,2	330,2	142,2
1250	335,6	228,6	101,6
1450	279,4	177,8	81,3
1500	228,6	167,6	73,7
1750	208,3	147,3	66,0
2000	218,4	147,3	66,0
2250	215,9	152,4	76,2
2500	116,8	81,3	38,1
2750	213,4	147,3	71,1



$m$ (Kgf.seg <sup>2</sup> /cm)	$A_b$ (cm <sup>2</sup> )	$I_y$ (cm <sup>4</sup> )	$M_{mo}$ (Kgf.cm.seg <sup>2</sup> )	$M_m$ (Kgf.cm.seg <sup>2</sup> )	$\delta = \frac{M_m}{M_{mo}}$	$\omega_{nx}$ (seg <sup>-1</sup> )	$C_x$ (Kgf/cm <sup>3</sup> )
1,1882	5000	$4,16 \times 10^6$	4730	1237	0,2615	102,10	5,06



# ENSAIO PARA DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO DINÂMICO $C_x$ VIBRAÇÃO HORIZONTAL

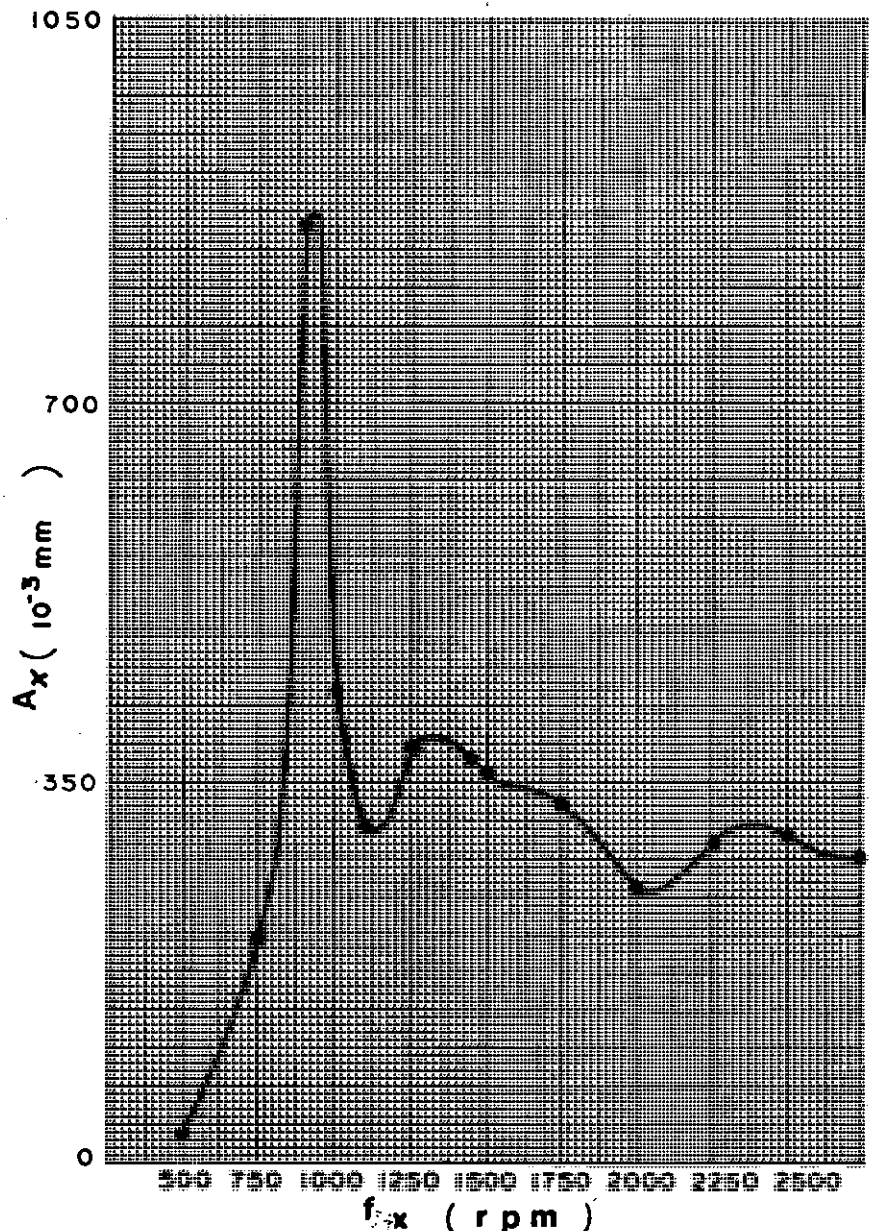
Local Centro de Pesquisas – CSN – Volta Redonda – RJ.

Ensaio N° 12H Coordenadas: N            E            Data 23/05/83

Conjunto de massas desbalanceadas N° 3

Observações Fundo da Cava Seco; 2º Cava

RPM	Amplitudes ( $10^{-3}$ mm)		
	1	2	3
500	25,4	17,8	7,6
750	203,2	147,3	66,0
900	863,6	584,2	228,6
1000	431,8	304,8	127,0
1100	304,8	223,5	78,7
1250	381,0	228,6	81,3
1450	368,3	254,0	116,8
1500	355,6	228,6	99,1
1750	330,2	215,9	96,5
2000	254,0	152,4	68,6
2250	292,1	203,2	111,8
2500	299,7	215,9	101,6
2750	279,4	190,5	119,4



$m$ (Kgf.seg <sup>2</sup> /cm)	$A_b$ (cm <sup>2</sup> )	$I_y$ (cm <sup>4</sup> )	$M_{mo}$ (Kgf.cm.seg <sup>2</sup> )	$M_m$ (Kgf.cm.seg <sup>2</sup> )	$\delta = \frac{M_m}{M_{mo}}$	$\omega_{nx}$ (seg <sup>-1</sup> )	$C_x$ (Kgf/cm <sup>3</sup> )
1,1882	5000	$4,16 \times 10^6$	4730	1237	0,2615	96,87	4,56

ENSAIO PARA DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO DINÂMICO Cx  
VIBRAÇÃO HORIZONTAL

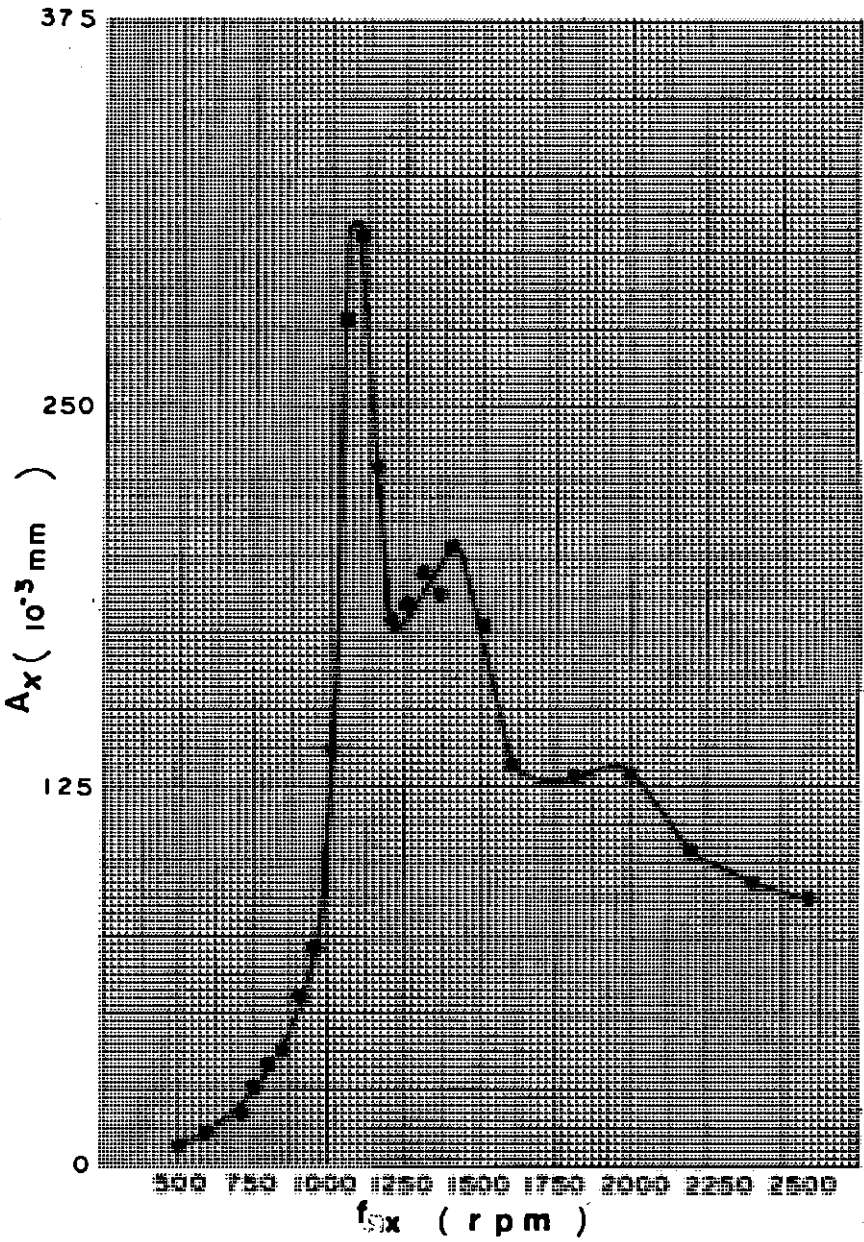
Local Centro de Pesquisas – CSN – Volta Redonda – RJ.

Ensaio Nº 13H Coordenadas: N \_\_\_\_\_ E \_\_\_\_\_ Data 28 / 06 / 83

Conjunto de massas desbalanceadas Nº 1

Observações Fundo da Cava Úmido; 2ª Cava

RPM	Amplitudes (10 <sup>-3</sup> mm)		
	1	2	3
500	6,1	3,8	2,0
600	10,2	8,1	4,1
700	16,3	10,2	4,1
750	25,4	17,8	8,6
800	33,0	22,9	10,7
850	35,6	27,9	13,2
900	55,9	35,6	16,3
950	71,1	45,7	20,3
1000	137,2	91,4	43,2
1050	279,4	203,2	91,4
1100	304,8	215,9	96,5
1150	228,6	188,0	76,2
1200	177,8	116,8	66,0
1250	182,9	91,4	38,1
1300	193,0	101,6	43,2
1400	203,2	137,2	61,0
1500	177,8	121,9	55,9
1800	127,0	81,3	35,6
2200	101,6	71,1	33,0
2600	86,4	61,0	30,5



m (Kgf.seg <sup>2</sup> /cm)	A <sub>b</sub> (cm <sup>2</sup> )	I <sub>y</sub> (cm <sup>4</sup> )	M <sub>mo</sub> (Kgf.cm.seg <sup>2</sup> )	M <sub>m</sub> (Kgf.cm.seg <sup>2</sup> )	$\delta = \frac{M_m}{M_{mo}}$	$\omega_{nx}$ (seg <sup>-1</sup> )	C <sub>x</sub> (Kgf/cm <sup>3</sup> )
1,1882	5000	4,16 x 10 <sup>8</sup>	4730	1237	0,2615	112,57	6,15

ENSAIO PARA DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO DINÂMICO Cx  
VIBRAÇÃO HORIZONTAL

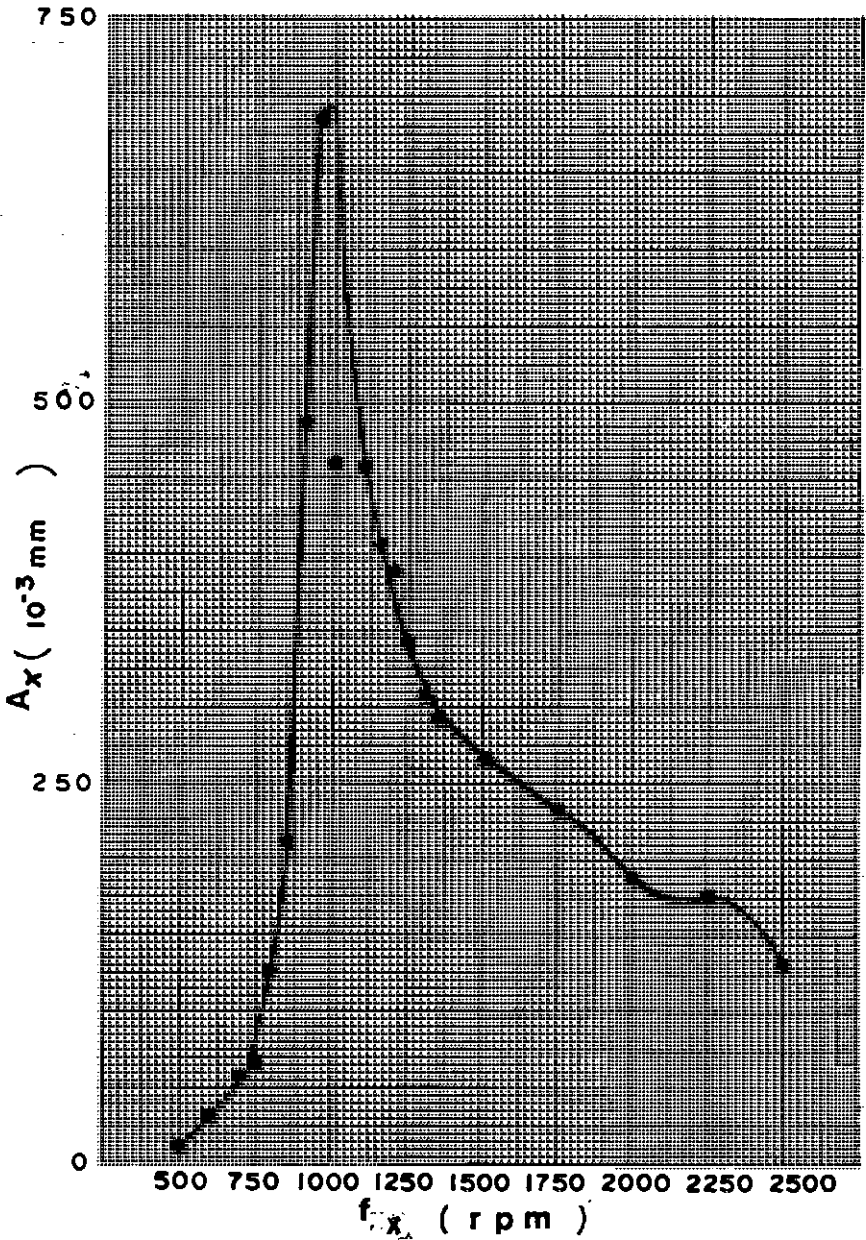
Local Centro de Pesquisas – CSN – Volta Redonda – RJ. \_\_\_\_\_

Ensaio Nº 14H \_\_\_\_\_ Coordenadas: N \_\_\_\_\_ E \_\_\_\_\_ Data 28/06/83

Conjunto de massas desbalanceadas Nº 2 \_\_\_\_\_

Observações Fundo da Cava Úmido; 2ª Cava \_\_\_\_\_

RPM	Amplitudes(10 <sup>-3</sup> mm)		
	1	2	3
500	14,7	11,2	5,1
600	30,5	20,3	8,6
700	55,9	40,6	16,8
750	58,4	40,6	16,8
800	127,0	91,4	35,6
850	208,3	152,4	63,5
900	482,6	381,0	182,9
950	685,8	431,8	203,2
1050	558,8	381,0	152,4
1100	457,2	304,8	127,0
1150	406,4	279,4	96,5
1200	393,7	241,3	101,6
1250	342,9	228,6	86,4
1300	304,8	190,5	61,0
1350	292,1	190,5	101,6
1500	266,7	177,8	81,3
1750	228,6	157,5	61,0
2000	190,5	127,0	55,9
2250	177,8	121,9	50,8
2500	127,0	81,3	40,6



m (Kgf.seg <sup>2</sup> /cm)	A <sub>b</sub> (cm <sup>2</sup> )	I <sub>y</sub> (cm <sup>4</sup> )	M <sub>mo</sub> (Kgf.cm.seg <sup>2</sup> )	M <sub>m</sub> (Kgf.cm.seg <sup>2</sup> )	$\delta = \frac{M_m}{M_{mo}}$	$\omega_{nx}$ (seg <sup>-1</sup> )	C <sub>x</sub> (Kgf/cm <sup>3</sup> )
1,1882	5000	4,16x10 <sup>6</sup>	4730	1237	0,2615	100,79	4,93

# ENSAIO PARA DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO DINÂMICO $C_x$ VIBRAÇÃO HORIZONTAL

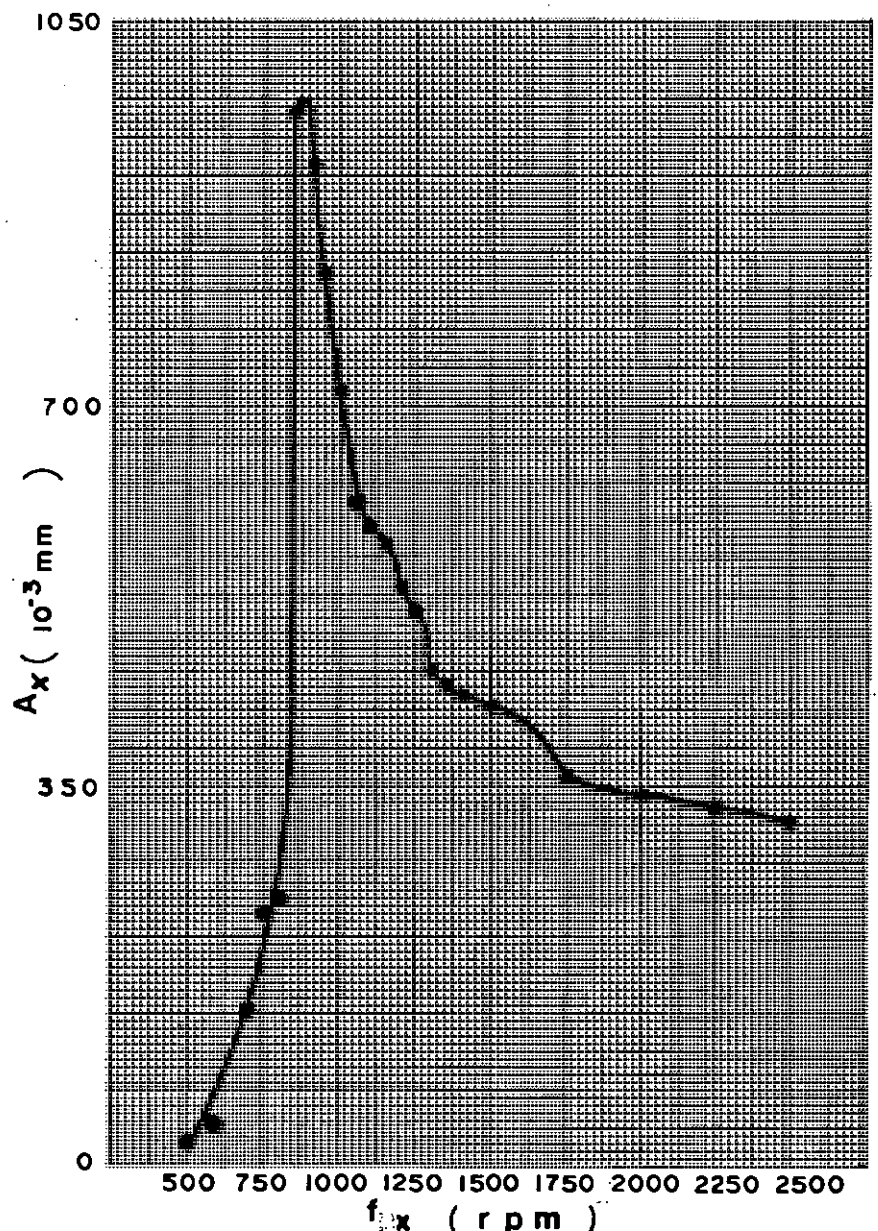
Local Centro de Pesquisas - CSN - Volta Redonda - RJ.

Ensaio N° 15 H Coordenadas: N E Data 28/06/83

Conjunto de massas desbalanceadas N° 3

Observações Fundo da Cava Úmido; 2ª Cava

RPM	Amplitudes ( $10^{-3}$ mm)		
	1	2	3
500	22,9	7,1	7,6
600	38,1	17,8	12,7
700	137,2	101,6	40,6
750	228,6	177,8	66,0
800	241,3	190,5	127,0
850	965,2	609,6	254,0
900	914,4	558,8	228,6
950	812,8	508,0	203,2
1000	711,2	508,0	177,8
1050	609,6	457,2	177,8
1100	584,2	406,4	177,8
1150	571,5	381,0	165,1
1200	533,4	342,9	147,3
1250	508,0	335,6	152,4
1300	457,2	330,2	137,2
1500	419,1	279,4	101,6
1750	355,6	241,3	111,8
2000	342,9	228,6	101,6
2250	330,2	228,6	116,8
2500	317,5	228,6	121,9



$m$ (Kgf.seg <sup>2</sup> /cm)	$A_b$ (cm <sup>2</sup> )	$I_y$ (cm <sup>4</sup> )	$M_{mo}$ (Kgf.cm.seg <sup>2</sup> )	$M_m$ (Kgf.cm.seg <sup>2</sup> )	$\delta = \frac{M_m}{M_{mo}}$	$\omega \cdot n_x$ (seg <sup>-1</sup> )	$C_x$ (Kgf/cm <sup>3</sup> )
1,1882	5000	$4,16 \times 10^6$	4730	1237	0,2615	91,63	4,08

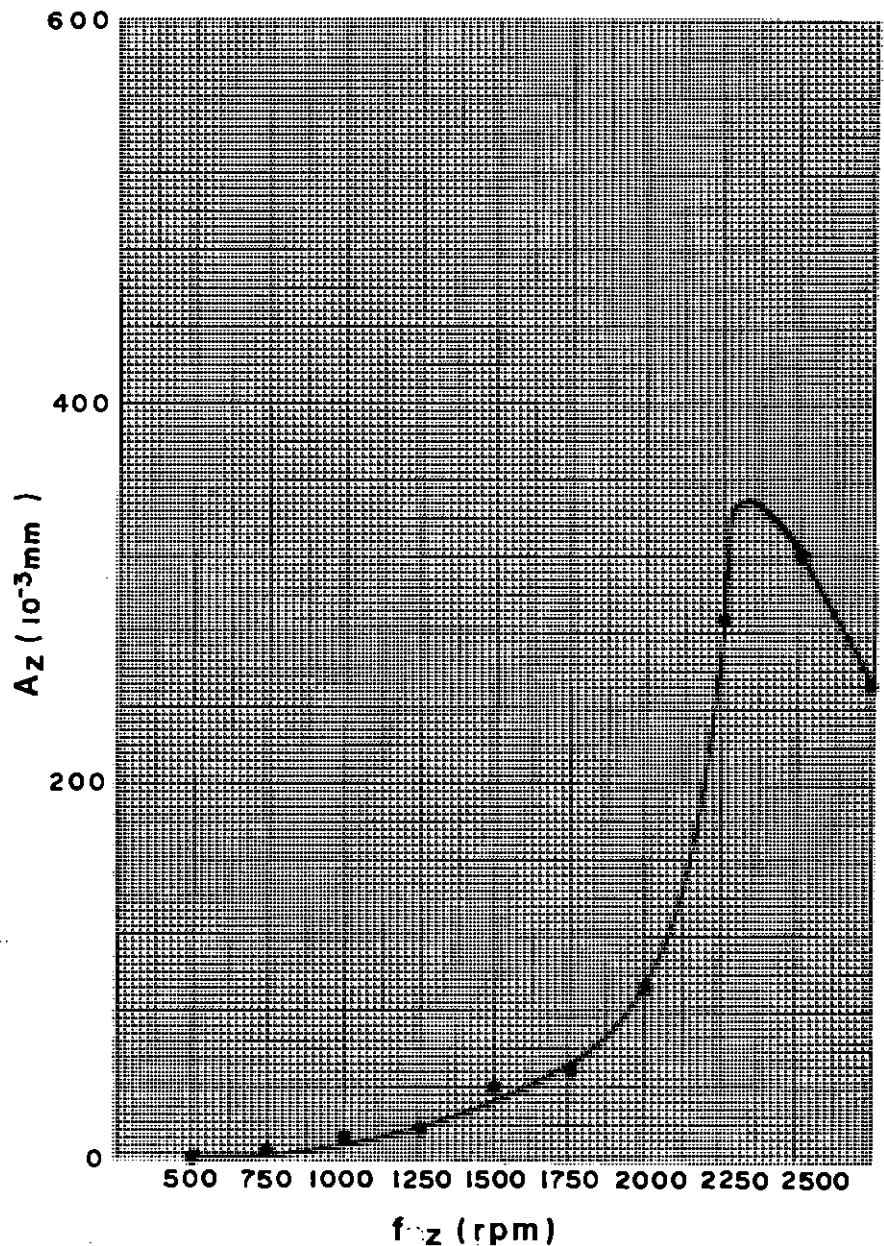
## ENSAIO PARA DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO DINÂMICO $C_z$ VIBRAÇÃO VERTICAL

Local Centro de Pesquisas - CSN - Volta Redonda - RJ.

**Ensaio N<sup>o</sup> IV Coordenadas: N        E        Data 04/02/83**

**Conjunto de massas desbalanceadas N.º 3** \_\_\_\_\_

**Observações** Após Período de Chuvas; 1ª Cava \_\_\_\_\_

[illegible]

m (kgf.sec <sup>2</sup> /cm)	A <sub>b</sub> (cm <sup>2</sup> )	$\omega_{nz}$ (sec <sup>-1</sup> )	C <sub>z</sub> (kgf/cm <sup>3</sup> )	$\Delta$
1,1882	5000	243.47	14.09	



ENSAIO PARA DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO DINÂMICO Cz  
VIBRAÇÃO VERTICAL

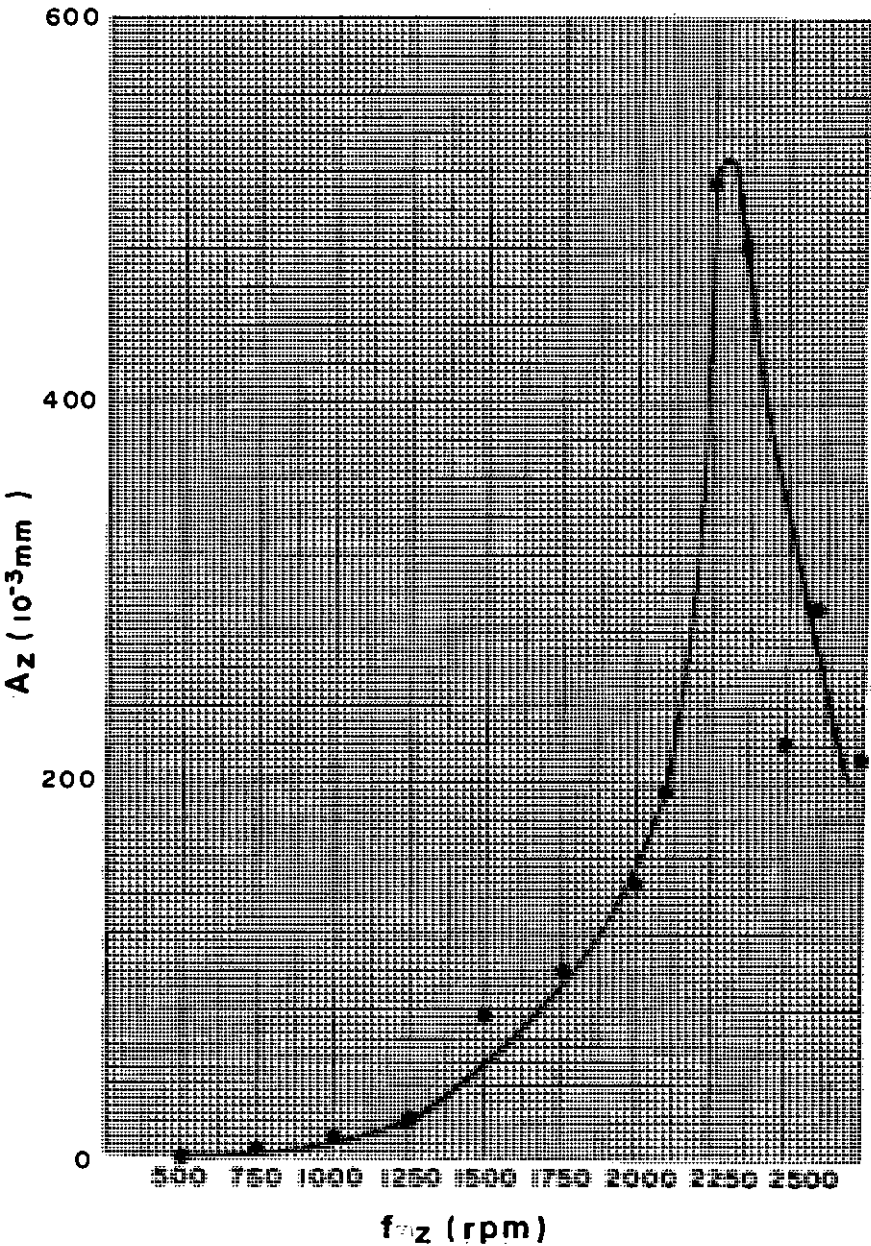
Local Centro de Pesquisas - CSN - Volta Redonda - RJ.

Ensaio Nº 2V Coordenadas: N                      E                      Data 01 / 03 / 83

Conjunto de massas desbalanceadas Nº 3

Observações Fundo da Cava Seco; 1ª Cava

RPM	Amplitudes (10 <sup>-3</sup> mm)			
	1	2	3	MÉDIA
500	1,3	1,2	1,1	1,2
750	7,1	6,6	6,1	6,6
1000	13,2	12,7	13,2	13,0
1250	20,8	22,4	22,9	22,0
1500	38,1	38,1	35,6	37,3
1750	61,0	60,0	61,0	60,5
2000	147,3	142,2	147,3	145,6
2100	203,2	190,5	190,5	194,7
2250	558,8	508,0	482,6	516,5
2350	508,0	469,9	457,2	478,4
2500	228,6	228,6	203,2	220,1
2600	304,8	292,1	279,4	292,1
2750	254,0	177,8	203,2	211,7

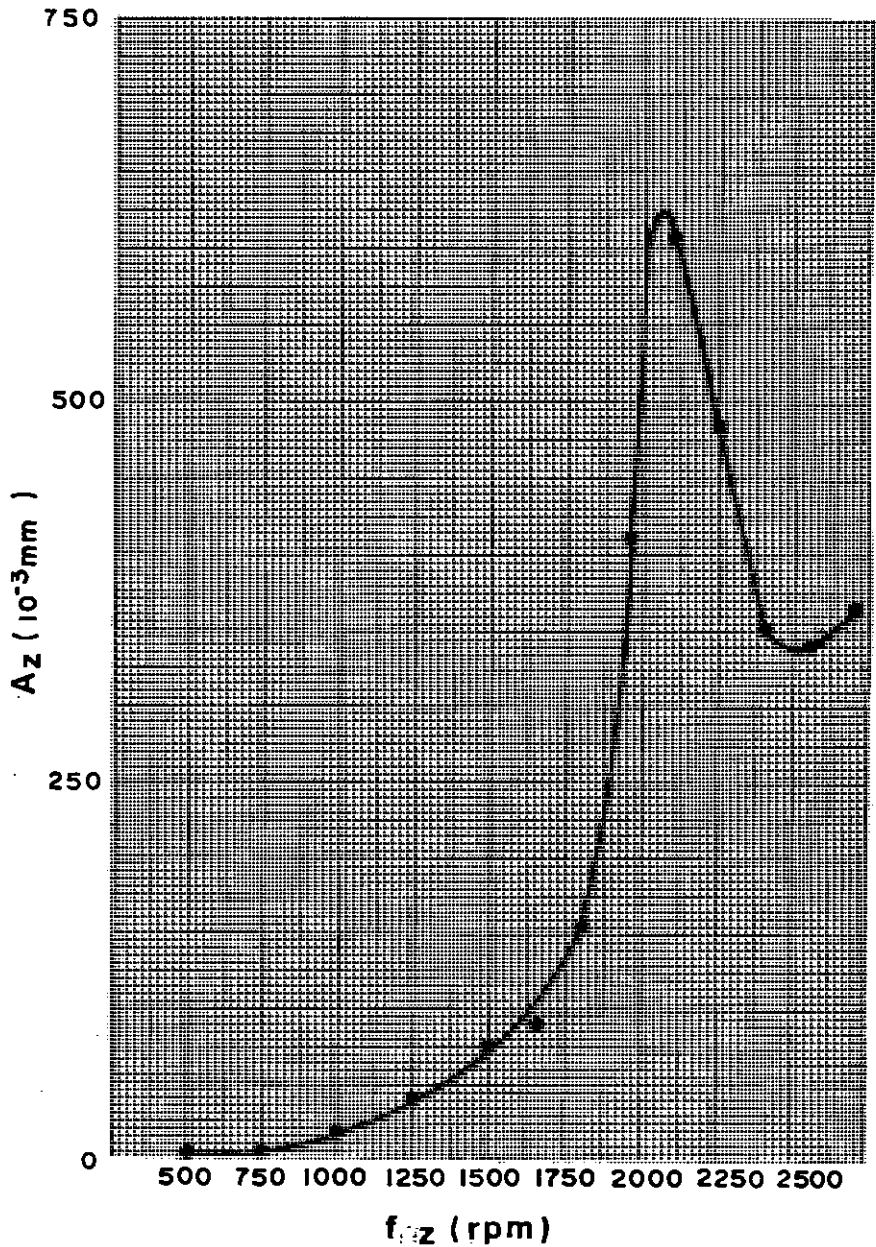


m (kgf.seg <sup>2</sup> /cm)	Ab (cm <sup>2</sup> )	$\omega_{nz}$ (seg <sup>-1</sup> )	Cz (kgf/cm <sup>3</sup> )	$\Delta$
1,1882	5000	240.86	13.79	

ENSAIO PARA DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO DINÂMICO Cz  
VIBRAÇÃO VERTICAL

Local Centro de Pesquisas - CSN - Volta Redonda - RJ.  
Ensaio N<sup>o</sup> 3 V Coordenadas: N            E            Data 01 / 03 / 83  
Conjunto de massas desbalanceadas N<sup>o</sup> 4  
Observações Fundo da Cava Seco ; 1<sup>a</sup> Cava

RPM	Amplitudes (10 <sup>-3</sup> mm)			
	1	2	3	MÉDIA
500	2.0	1.5	2.3	2.0
750	5.1	5.1	3.8	4.7
1000	19.3	17.8	16.3	17.8
1250	43.2	40.6	34.3	39.4
1500	76.2	76.2	71.1	74.5
1650	91.4	94.0	91.4	92.3
1800	152.4	154.9	162.6	156.6
1950	419.1	406.4	406.4	410.6
2100	609.6	609.6	596.9	605.4
2250	508.0	457.2	482.6	482.6
2400	381.0	342.9	330.2	351.4
2550	335.6	342.9	330.2	342.9
2700	381.0	355.6	355.6	364.1



m (kgf.seg <sup>2</sup> /cm)	A <sub>b</sub> (cm <sup>2</sup> )	ω <sub>nz</sub> (seg <sup>-1</sup> )	C <sub>z</sub> (kgf/cm <sup>3</sup> )	Δ
1,1882	5000	215.98	11.09	

ENSAIO PARA DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO DINÂMICO Cz  
VIBRAÇÃO VERTICAL

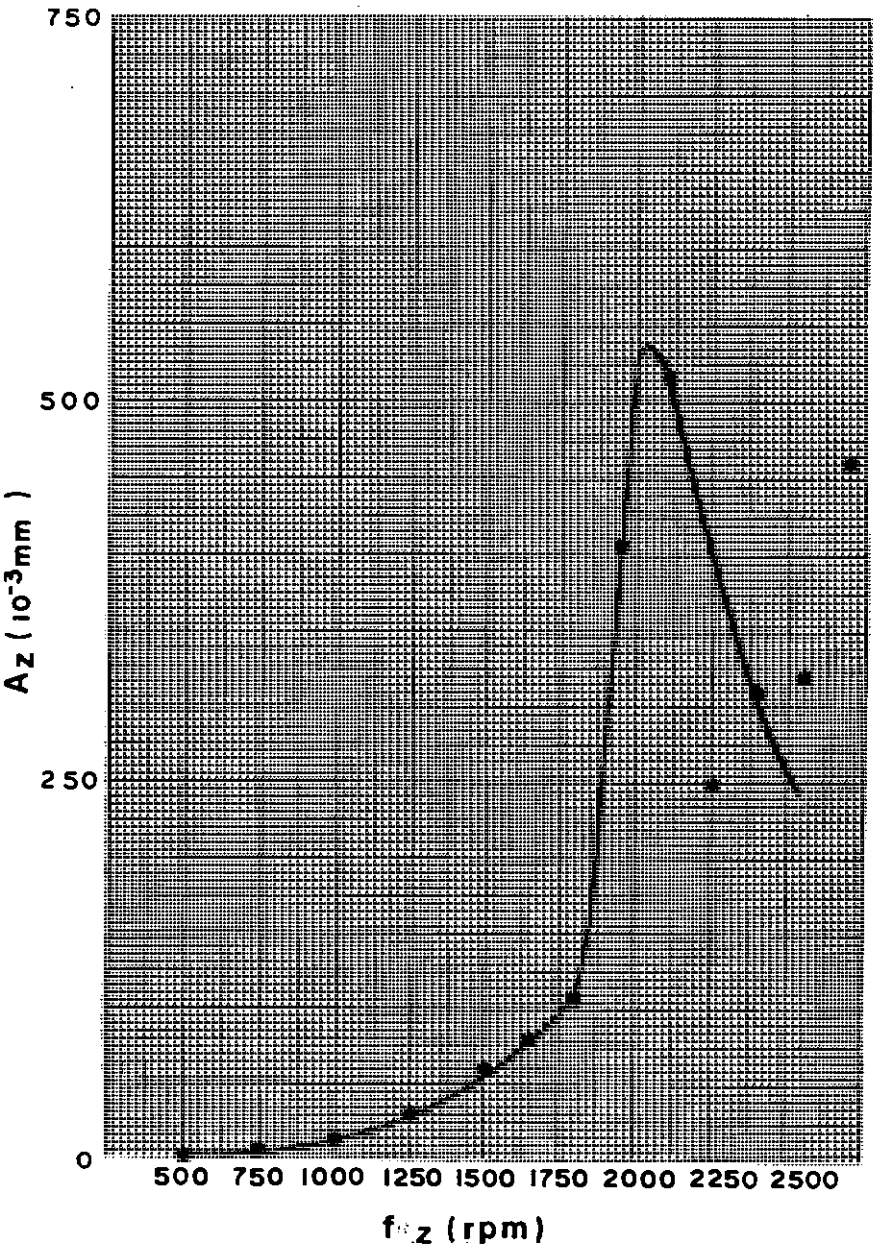
Local Centro de Pesquisas - CSN - Volta Redonda - RJ.

Ensaio N° 4V Coordenadas: N            E            Data 11 / 03 / 83

Conjunto de massas desbalanceadas N° 4

Observações Chuvas nos Dias 5, 6 e 7/3; Fundo da Cava Úmido; 1ª Cava

RPM	Amplitudes (10 <sup>-3</sup> mm)			
	1	2	3	MÉDIA
500	0,2	0,1	0,2	0,2
750	3,6	3,8	4,3	3,9
1000	12,7	11,2	12,7	12,2
1250	33,0	33,0	27,9	31,3
1500	63,5	58,4	55,9	59,3
1650	81,3	76,2	78,7	78,7
1800	106,7	101,6	104,1	104,1
1950	431,8	381,0	406,4	406,4
2100	558,0	508,0	482,6	516,5
2250	254,0	254,0	241,3	249,8
2400	304,8	317,5	330,2	317,5
2550	266,7	266,7	266,7	266,7
2700	495,3	457,2	431,8	461,4



m (kgf.seg <sup>2</sup> /cm)	A <sub>b</sub> (cm <sup>2</sup> )	$\omega_{nz}$ (seg <sup>-1</sup> )	C <sub>z</sub> (kgf/cm <sup>3</sup> )	$\Delta$
1,1882	5000	213,37	10,82	



# ENSAIO PARA DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO DINÂMICO $C_z$ VIBRAÇÃO VERTICAL

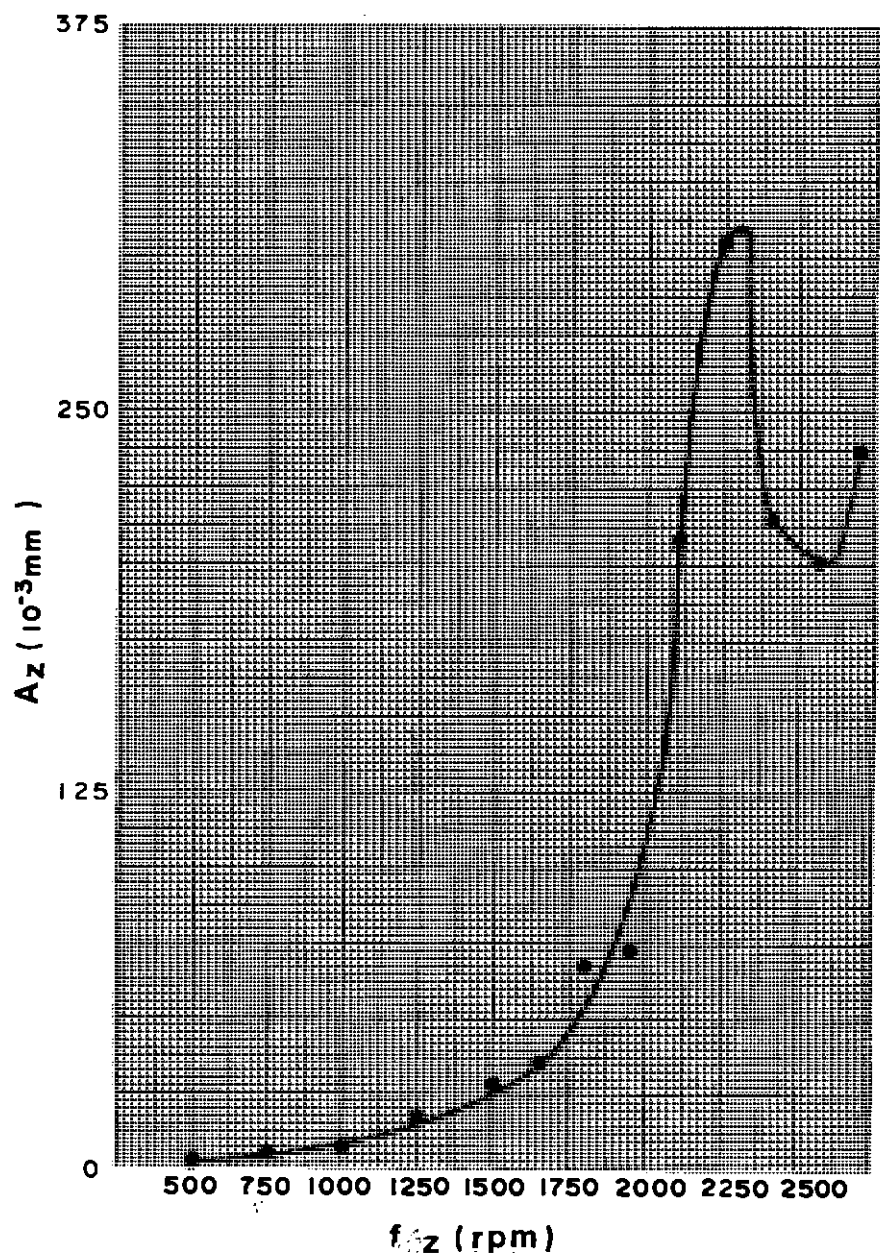
Local Centro de Pesquisas - CSN - Volta Redonda - RJ.

Ensaio N<sup>o</sup> 5V Coordenadas: N            E            Data 28 /04/83

Conjunto de massas desbalanceadas N<sup>o</sup> 2

Observações Fundo da Cava Úmido; 2<sup>a</sup> Cava

RPM	Amplitudes ( $10^{-3}$ mm)			
	1	2	3	MÉDIA
500	1,3	0,8	0,5	1,0
750	5,1	4,6	5,1	4,9
1000	8,6	9,1	10,2	9,3
1250	17,8	17,8	18,8	18,1
1500	25,4	27,9	27,9	27,1
1650	38,1	35,6	30,5	34,7
1800	45,7	43,2	40,6	43,2
1950	76,2	71,1	71,1	72,8
2100	213,3	208,3	203,2	208,3
2250	330,2	304,8	279,4	304,8
2400	223,5	213,4	208,3	215,1
2550	218,4	198,1	182,9	199,8
2700	254,0	241,3	215,9	237,1



m (kgf.seg <sup>2</sup> /cm)	$A_b$ (cm <sup>2</sup> )	$\omega_{nz}$ (seg <sup>-1</sup> )	$C_z$ (kgf/cm <sup>3</sup> )	$\Delta$
1,1882	5000	240,86	13,79	

# ENSAIO PARA DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO DINÂMICO $C_z$ VIBRAÇÃO VERTICAL

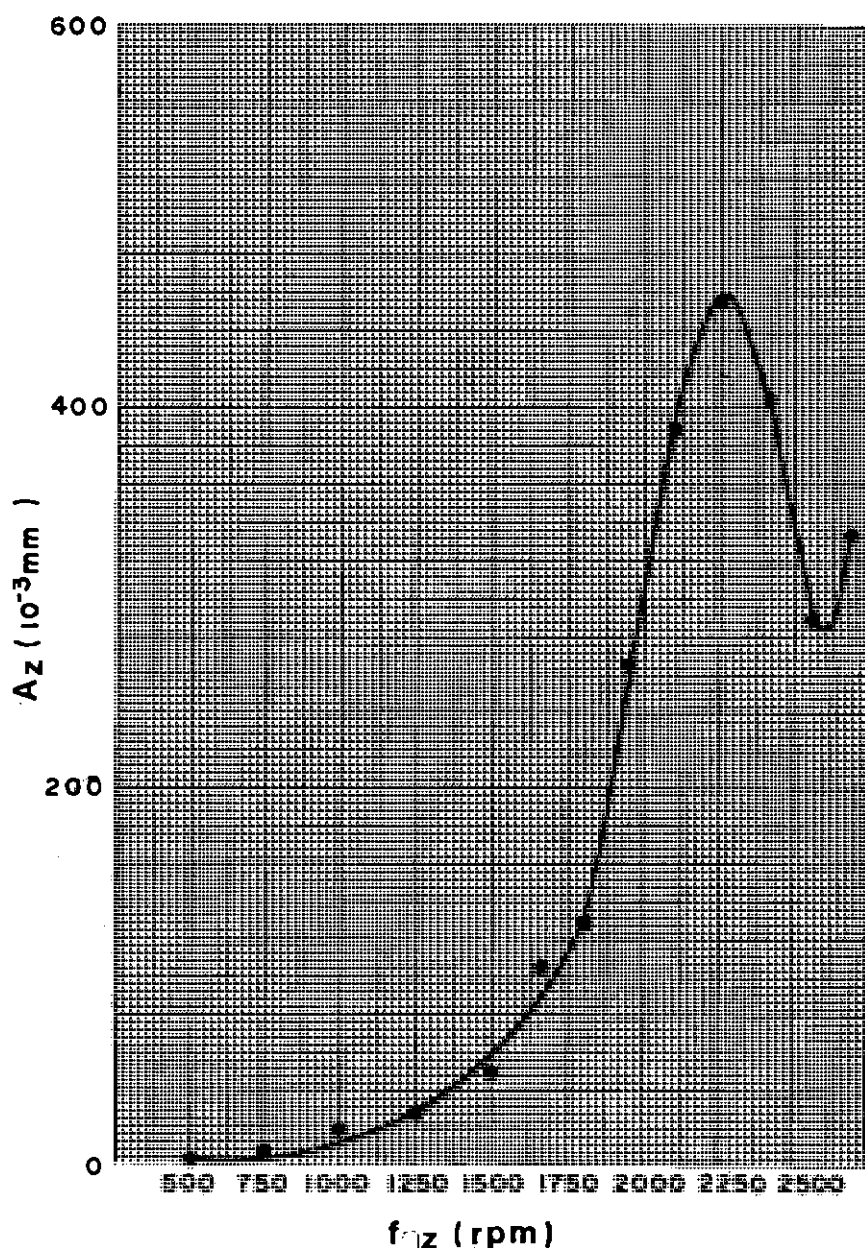
Local Centro de Pesquisas - CSN - Volta Redonda - RJ.

Ensaio N° 6 V Coordenadas: N            E            Data 28 /04/ 83

Conjunto de massas desbalanceadas N° 3

Observações Fundo da Cava Úmido; 2ª Cava

RPM	Amplitudes ( $10^{-3}$ mm)			
	1	2	3	MÉDIA
500	1,3	1,0	1,0	1,1
750	7,6	7,1	7,6	7,5
1000	17,8	16,3	17,8	17,3
1250	30,5	25,4	25,4	27,1
1500	50,8	48,3	50,8	50,0
1650	66,4	61,0	61,0	62,7
1800	132,1	127,0	127,0	128,7
1950	279,4	254,0	254,0	262,5
2100	406,4	381,0	381,0	389,5
2250	469,9	457,2	431,8	453,0
2400	406,4	406,4	393,7	402,2
2550	304,8	292,1	279,4	292,1
2700	355,6	330,2	304,8	330,2



m (kgf.seg <sup>2</sup> /cm)	$A_b$ (cm <sup>2</sup> )	$\omega_{nz}$ (seg <sup>-1</sup> )	$C_z$ (kgf/cm <sup>3</sup> )	$\Delta$
1,1882	5000	238,24	13,48	

# ENSAIO PARA DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO DINÂMICO Cz VIBRAÇÃO VERTICAL

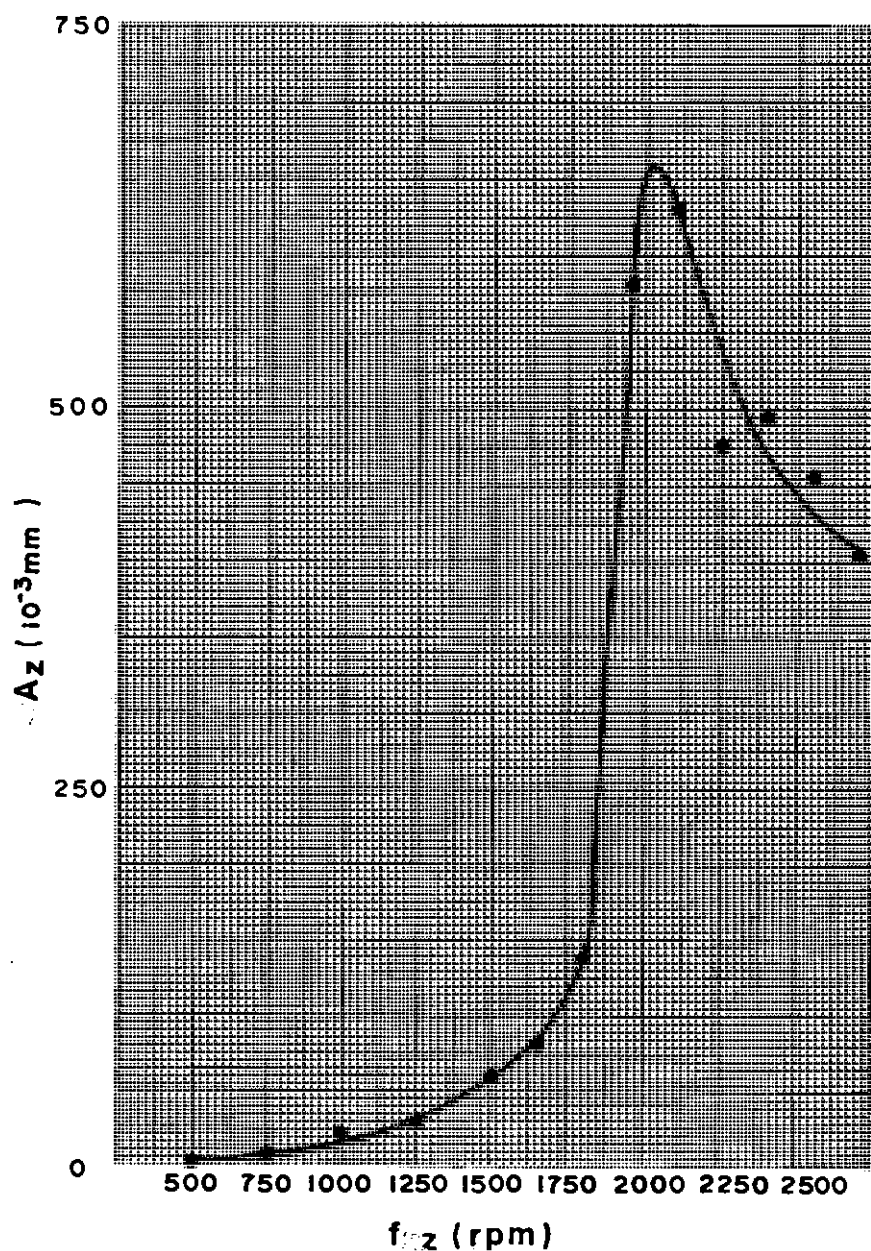
Local Centro de Pesquisas - CSN - Volta Redonda - RJ.

Ensaio Nº 7 V Coordenadas: N            E            Data 28 /04/83

Conjunto de massas desbalanceadas Nº 4

Observações Fundo da Cava Úmido; 2ª Cava

RPM	Amplitudes ( $10^{-3}$ mm)			
	1	2	3	MÉDIA
500	1,0	2,0	1,3	1,4
750	7,6	6,6	7,6	7,3
1000	20,3	21,8	21,3	21,2
1250	30,5	29,2	27,9	29,2
1500	61,0	53,3	61,0	58,4
1650	86,4	81,3	81,3	83,0
1800	142,2	137,2	139,7	139,7
1950	584,2	584,2	596,9	588,4
2100	660,4	622,3	609,6	630,8
2250	482,6	457,2	482,6	474,1
2400	533,4	482,6	469,9	495,3
2550	482,6	457,2	431,8	457,2
2700	431,8	381,0	393,7	402,2



m (kgf.seg <sup>2</sup> /cm)	$A_b$ (cm <sup>2</sup> )	$\omega_{nz}$ (seg <sup>-1</sup> )	Cz (kgf/cm <sup>3</sup> )	$\Delta$
1,1882	5000	212,06	10,69	

ENSAIO PARA DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO DINÂMICO Cz

VIBRAÇÃO VERTICAL

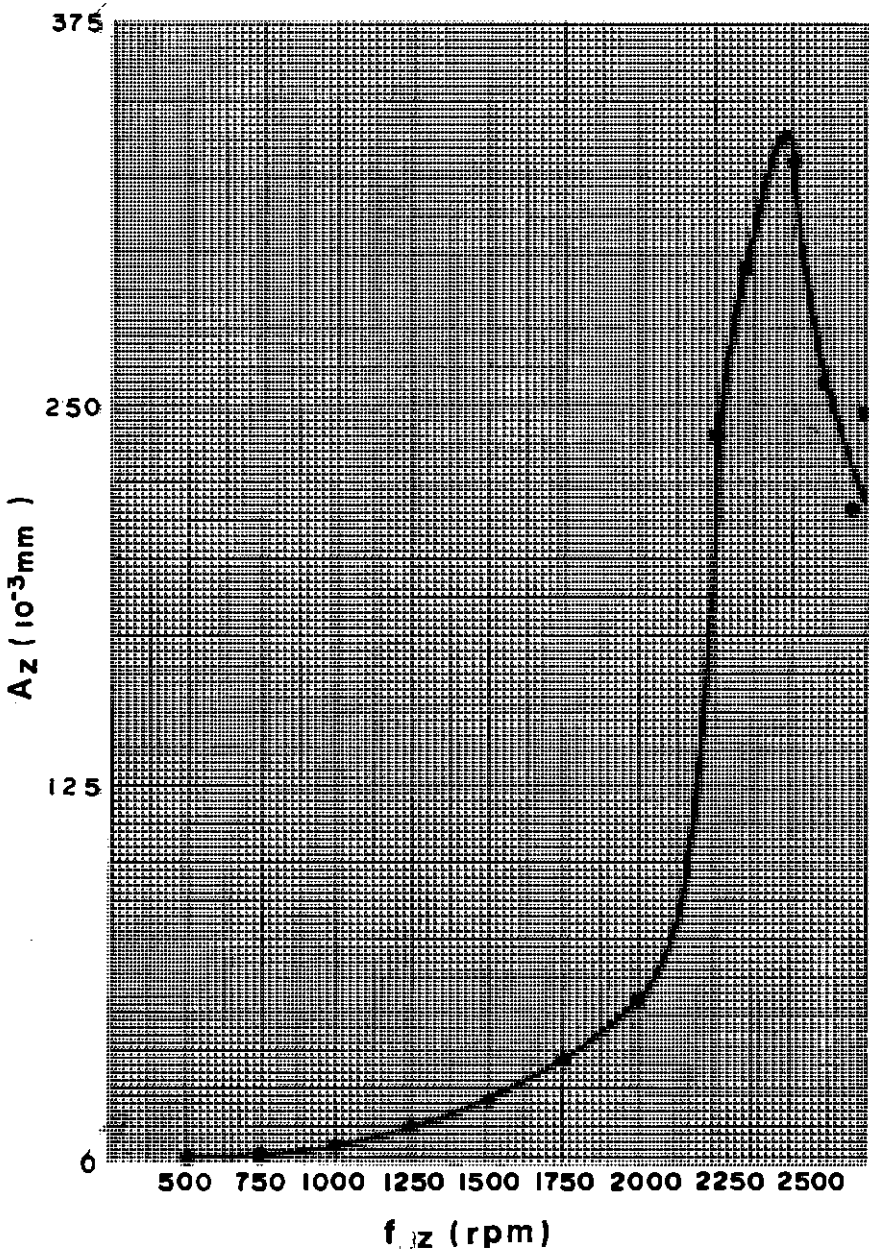
Local Centro de Pesquisas - CSN - Volta Redonda - RJ.

Ensaio N° 8V Coordenadas: N            E            Data 23 /05/83

Conjunto de massas desbalanceadas N° 2

Observações Fundo da Cava Seco; 2ª Cava

RPM	Amplitudes (10 <sup>-3</sup> mm)			
	1	2	3	MÉDIA
500	1,3	0,8	1,0	1,0
750	2,0	1,8	1,8	1,9
1000	7,6	7,1	5,1	6,6
1250	10,8	11,2	12,7	11,5
1500	25,4	20,3	19,1	21,6
1750	33,0	34,3	35,6	34,3
2000	50,8	48,3	58,4	52,5
2250	254,0	228,6	241,0	241,0
2350	304,8	292,1	292,1	296,3
2500	342,9	330,2	317,5	330,2
2600	254,0	266,7	254,0	258,2
2700	228,6	203,2	215,9	215,9
2750	266,7	248,9	228,6	247,8



m (kgf.seg <sup>2</sup> /cm)	Ab (cm <sup>2</sup> )	$\omega_{nz}$ (seg <sup>-1</sup> )	Cz (kgf/cm <sup>3</sup> )	$\Delta$
1,1882	5000	256.56	15.80	

ENSAIO PARA DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO DINÂMICO Cz  
VIBRAÇÃO VERTICAL

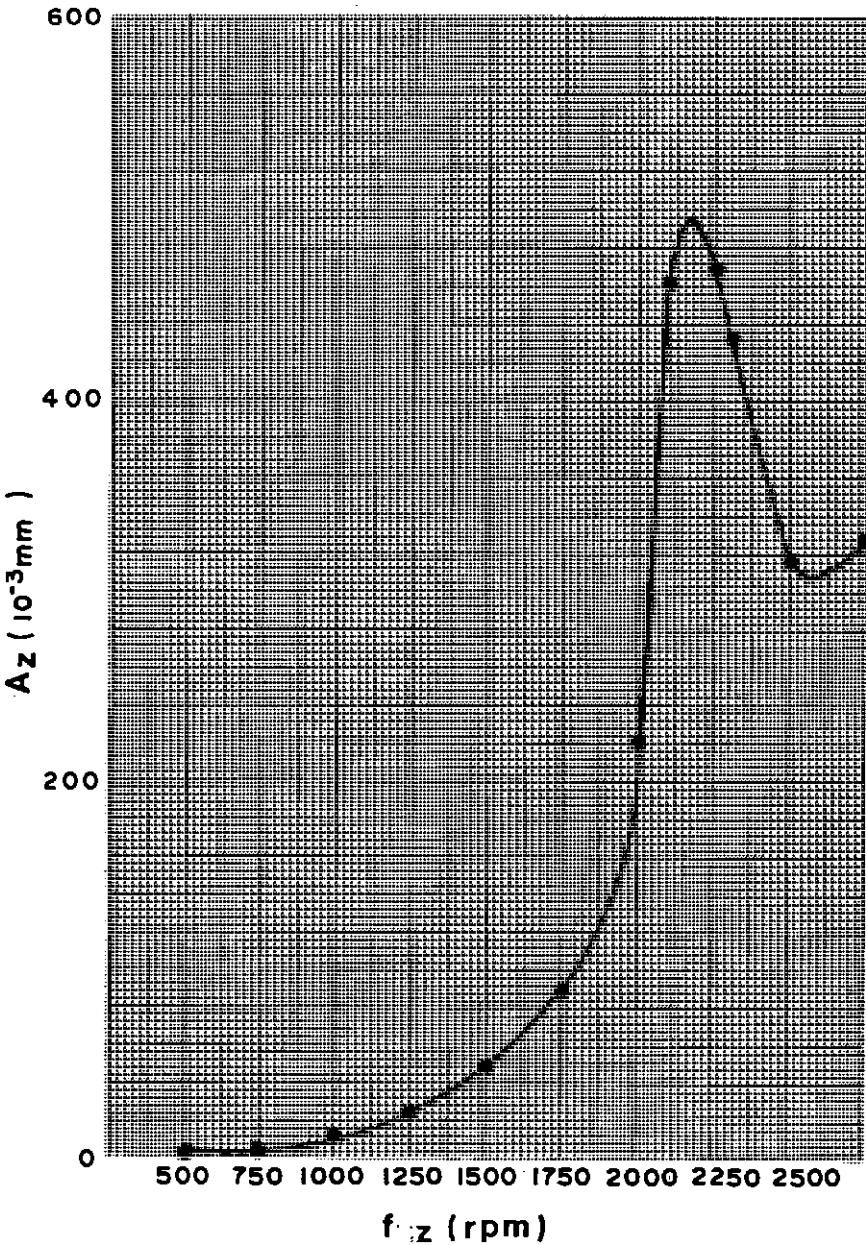
Local Centro de Pesquisas - CSN - Volta Redonda - RJ.

Ensaio N<sup>o</sup> 9V Coordenadas: N            E            Data 23 / 05 / 83

Conjunto de massas desbalanceadas N<sup>o</sup> 3

Observações Fundo da Cava Seco; 2<sup>a</sup> Cava

RPM	Amplitudes (10 <sup>-3</sup> mm)			
	1	2	3	MÉDIA
500	2,0	1,5	2,0	1,9
750	3,8	3,8	3,3	3,6
1000	11,7	12,2	11,7	11,9
1250	25,4	25,4	27,9	26,2
1500	48,3	45,7	45,7	46,6
1750	86,4	86,4	86,4	86,4
2000	228,6	215,9	215,9	220,1
2100	482,6	444,5	457,2	461,4
2250	508,0	457,2	444,5	469,9
2300	457,2	431,8	406,4	431,8
2500	330,2	317,5	299,7	315,8
2750	342,9	330,2	304,8	326,0



m (kgf.seg <sup>2</sup> /cm)	A <sub>b</sub> (cm <sup>2</sup> )	ωnz (seg <sup>-1</sup> )	C <sub>z</sub> (kgf/cm <sup>3</sup> )	Δ
1,1892	5000	227.77	12,33	



# ENSAIO PARA DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO DINÂMICO $C_z$ VIBRAÇÃO VERTICAL

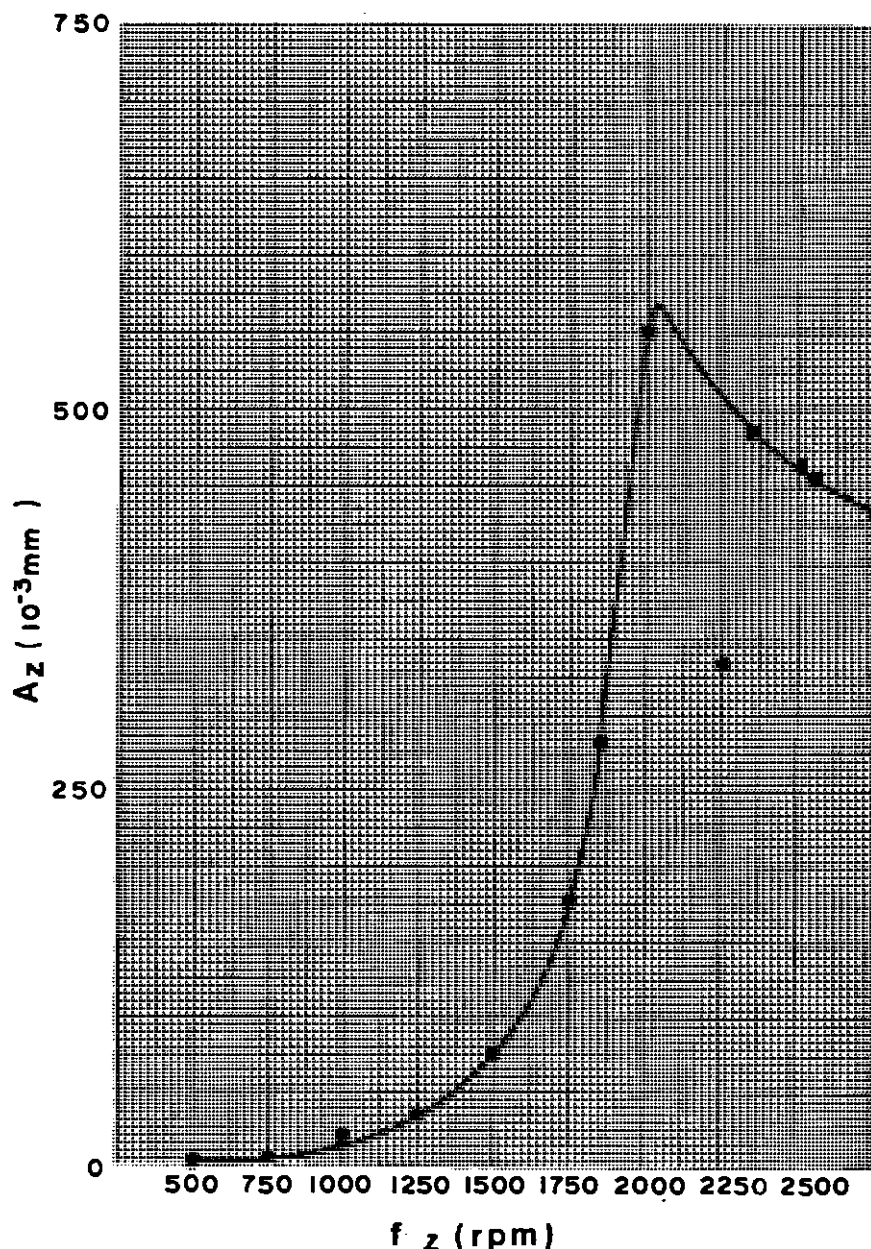
Local Centro de Pesquisas - CSN - Volta Redonda - RJ.

Ensaio N<sup>o</sup> 10 V Coordenadas: N            E            Data 23 /05/83

Conjunto de massas desbalanceadas N<sup>o</sup> 4

Observações Fundo da Cava Seco; 2<sup>a</sup> Cava

RPM	Amplitudes ( $10^{-3}$ mm)			
	1	2	3	MÉDIA
500	2,5	2,8	3,1	2,8
750	5,1	5,6	5,1	5,3
1000	20,3	21,6	21,6	21,2
1250	38,1	34,3	35,6	36,0
1500	81,3	76,2	73,7	77,0
1750	177,8	175,3	172,7	175,3
1850	304,8	279,4	254,0	279,4
2000	558,8	571,5	533,4	554,6
2250	330,2	330,2	342,9	334,4
2350	508,0	482,6	457,2	482,6
2500	508,0	457,2	431,8	465,7
2600	482,6	444,5	431,8	453,0
2750	457,2	431,8	406,4	431,8



m (kgf.seg <sup>2</sup> /cm)	$A_b$ (cm <sup>2</sup> )	$\omega_{nz}$ (seg <sup>-1</sup> )	$C_z$ (kgf/cm <sup>3</sup> )	$\Delta$
1,1882	5000	212.06	10.69	

# ENSAIO PARA DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO DINÂMICO $C_z$ VIBRAÇÃO VERTICAL

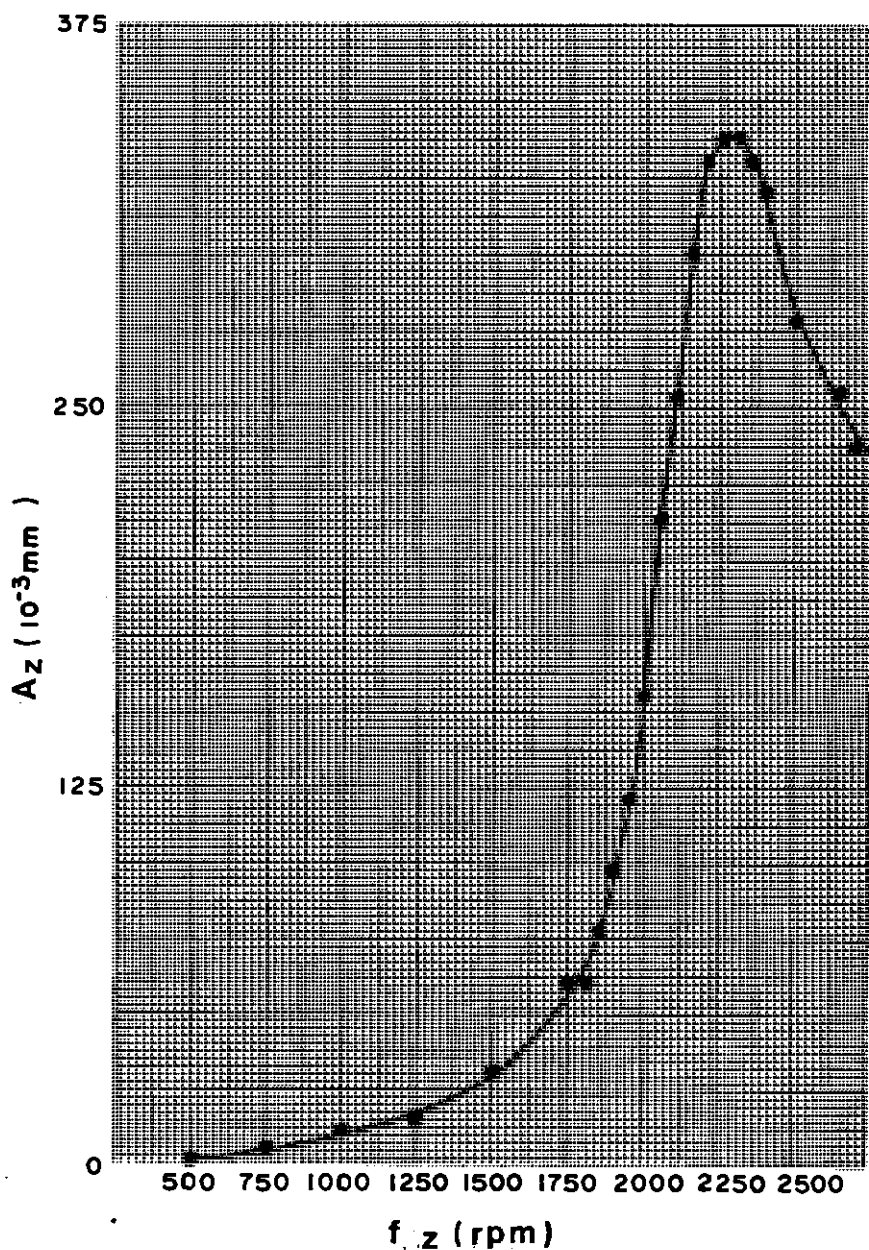
Local Centro de Pesquisas - CSN - Volta Redonda - RJ.

Ensaio N° 11V Coordenadas: N            E            Data 28 / 06 / 83

Conjunto de massas desbalanceadas N° 2

Observações Fundo da Cava Úmido; 2ª Cava

RPM	Amplitudes ( $10^{-3}$ mm)			
	1	2	3	MÉDIA
500	1,5	1,7	1,8	1,7
750	5,1	5,6	6,1	5,6
1000	10,7	11,2	11,7	11,2
1250	15,2	15,7	16,0	15,9
1500	33,0	30,5	30,5	31,3
1750	63,5	61,0	55,9	60,1
1850	81,3	76,2	73,7	77,0
1900	101,6	99,1	96,5	99,1
2000	152,4	157,5	152,4	154,1
2050	208,3	213,4	215,9	212,5
2100	254,0	254,0	254,0	254,0
2150	304,8	304,8	292,1	300,6
2200	342,9	330,2	317,5	330,2
2250	355,6	342,9	317,5	338,7
2300	355,6	342,9	317,5	338,7
2350	355,6	330,2	304,8	330,2
2400	342,9	317,5	304,8	321,7
2500	292,1	279,4	266,7	279,4
2650	279,4	254,0	228,6	254,0
2700	266,7	241,3	203,2	237,1



m (kgf.seg <sup>2</sup> /cm)	$A_b$ (cm <sup>2</sup> )	$\omega_{nz}$ (seg <sup>-1</sup> )	$C_z$ (kgf/cm <sup>3</sup> )	$\Delta$
1,1882	5000	239,55	13,64	0,137

# ENSAIO PARA DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO DINÂMICO $C_z$ VIBRAÇÃO VERTICAL

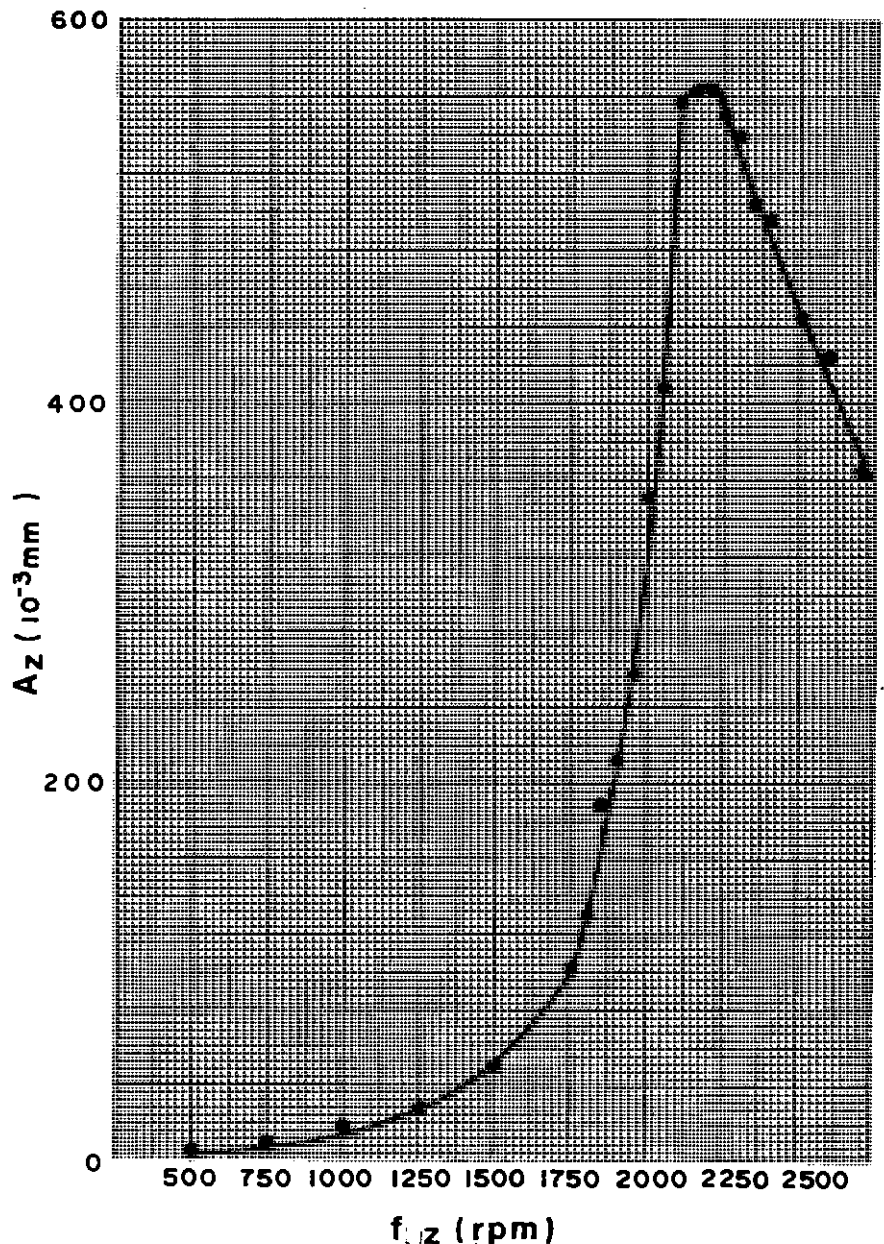
Local Centro de Pesquisas - CSN - Volta Redonda - RJ.

Ensaio N° 12 V Coordenadas: N            E            Data 28 /06/83

Conjunto de massas desbalanceadas N° 3

Observações Fundo da Cava Úmido; 2ª Cava

RPM	Amplitudes ( $10^{-3}$ mm)			
	1	2	3	MÉDIA
500	2.0	1.8	2.3	2.0
750	8.6	8.1	9.1	8.6
1000	17.8	16.8	18.8	17.8
1250	27.9	25.4	30.5	27.9
1500	50.8	48.3	50.8	50.0
1750	101.6	99.1	106.7	102.4
1800	132.1	127.0	132.1	130.4
1900	215.9	203.2	215.9	211.7
1950	254.0	241.3	279.4	258.2
2000	355.6	342.9	355.6	351.4
2050	406.4	393.7	419.1	406.4
2100	558.8	533.4	571.5	554.6
2150	571.5	546.1	571.5	563.0
2200	571.5	546.1	571.5	563.0
2250	558.8	533.4	558.8	550.3
2300	546.1	520.7	546.1	537.6
2350	508.0	495.3	508.0	503.8
2400	508.0	495.3	482.6	495.3
2500	457.2	444.5	431.8	444.5
2700	406.4	355.6	330.2	364.1



m (kgf.seg <sup>2</sup> /cm)	$A_b$ (cm <sup>2</sup> )	$\omega_{nz}$ (seg <sup>-1</sup> )	$C_z$ (kgf/cm <sup>3</sup> )	$\Delta$
1,1882	5000	227.77	12.33	0.138



ENSAIO PARA DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO DINÂMICO Cz  
VIBRAÇÃO VERTICAL

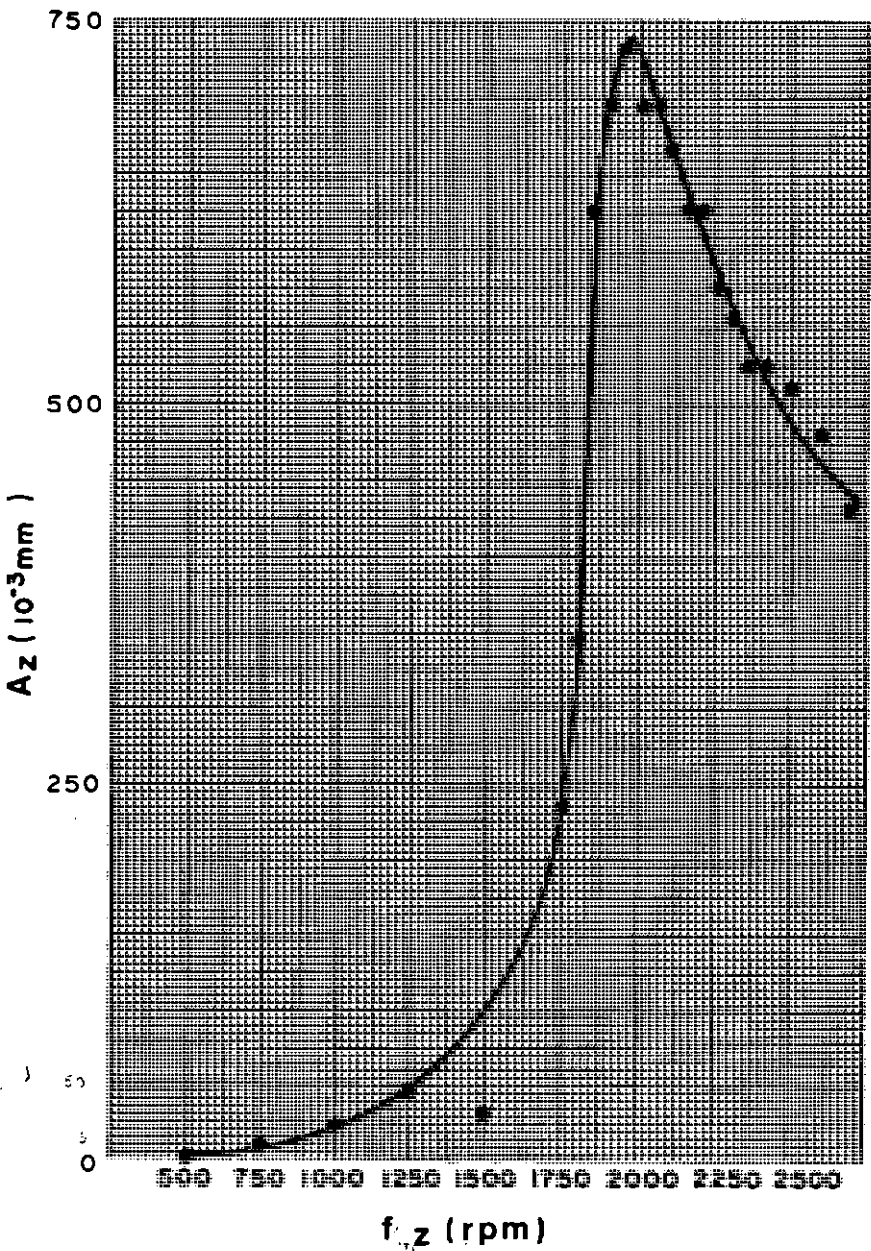
Local Centro de Pesquisas - CSN-Volta Redonda - RJ.

Ensaio Nº 13 V Coordenadas: N            E            Data 28 /06/83

Conjunto de massas desbalanceadas Nº 4

Observações Fundo da Cava Úmido; 2ª Cava

RPM	Amplitudes (10 <sup>-3</sup> mm)			
	1	2	3	MÉDIA
500	2.5	2.3	2.5	2.5
750	10.2	9.7	10.7	10.2
1000	22.9	20.3	22.9	22.0
1250	45.7	43.2	45.7	44.9
1750	254.0	228.6	228.6	237.1
1800	355.6	330.2	355.6	347.1
1850	635.0	609.6	635.0	626.5
1900	711.2	685.8	685.8	694.3
1950	762.0	711.2	711.2	728.1
2000	711.2	660.4	711.2	694.3
2050	711.2	660.4	711.2	694.3
2100	685.8	660.4	660.4	668.9
2150	660.4	609.6	609.6	626.5
2200	660.4	609.6	609.6	626.5
2250	609.6	558.8	558.8	575.7
2300	584.2	558.8	533.4	558.8
2400	558.8	508.0	508.0	524.9
2500	533.4	508.0	495.3	512.2
2600	508.0	482.6	469.9	486.8
2700	457.2	431.8	406.4	431.8



m (kgf.seg <sup>2</sup> /cm)	A <sub>b</sub> (cm <sup>2</sup> )	ω <sub>nz</sub> (seg <sup>-1</sup> )	C <sub>z</sub> (kgf/cm <sup>3</sup> )	Δ
1,1882	5000	2 06.82	10.17	0.147

## CAPÍTULO VI

## CONCLUSÕES E SUGESTÕES

## VI.1. CONCLUSÕES

## VI.1.1. Referentes ao Vibrador

O vibrador projetado se mostrou perfeitamente adequado para os ensaios de vibração de blocos de fundações, tendo permitido a definição clara das frequências de ressonância do sistema.

Como pontos positivos do projeto pode-se destacar:

- a capacidade de gerar uma força dinâmica elevada (1500 kgf) em relação as suas dimensões (45 cm x 30 cm x 25 cm) e peso próprio (133 kgf);
- facilidade de manuseio na troca de posição (direção da força dinâmica) e de massas desbalanceadas (valor da força dinâmica);
- possibilidade de trabalhar com diferentes motores elétricos (corrente contínua ou alternada e diferentes fabricantes).

Com o objetivo de se verificar o balanceamento do vibrador, foram realizadas medições das amplitudes horizontais e verticais e as correspondentes frequências com o mesmo trabalhando com as massas completas nos discos (sistema balanceado). Na frequência de ressonância ( $f_n = 1540$  rpm), os valores das amplitudes foram:  $A_{zm\bar{x}} = 6,7 \times 10^{-3}$  mm e  $A_{xm\bar{x}} = 25,4 \times 10^{-3}$  mm. Comparando-as com os limites máximos de amplitudes (para 1540 rpm  $A_{zm\bar{x}} = 60,0 \times 10^{-3}$  mm e  $A_{xm\bar{x}} = 90,0 \times 10^{-3}$  mm), sugeridos na Tabela III.1, verifica-se que o sistema está funcionando dentro dos padrões aceitáveis. Uma outra comparação é com o gráfico da Fi

gura III,3 sugerido por Richart (1962), onde se pode constatar que o sistema está aquém dos limites de segurança para as máquinas e suas fundações; entretanto, os ruídos produzidos pelo vibrador são percebidos pelas pessoas (uma diminuição do nível de ruído é possível com a adoção de engrenagens de fibra ou com dentes inclinados).

Com a finalidade de verificar se a força dinâmica era unidirecional, foram realizadas medições de amplitudes horizontais (na faixa de ressonância), quando o vibrador gerava uma força dinâmica vertical. A escolha desta direção deve-se ao fato de que na posição em pé (vibração horizontal), o vibrador desenvolve um movimento acoplado de translação e rotação, dificultando esta análise. Assim, com o sistema gerando uma força dinâmica vertical, a máxima amplitude horizontal na faixa de ressonância foi de  $12,7 \times 10^{-3}$  mm, que corresponde a metade daquela para o sistema balanceado. Comparando-a com as amplitudes horizontais, determinadas nos ensaios de vibração horizontal com a mesma frequência e força dinâmica daquela, verifica-se que é no mínimo 25 vezes menor do que estas. Isto corresponde a dizer que a força dinâmica unidirecional vertical apresenta um desvio da ordem de  $2^{\circ}$  com a direção teórica, que é aceitável dentro das precisões do ensaio.

#### VI.1.2. Referentes ao Bloco de Ensaio

Os ensaios realizados com um bloco de concreto moldado no local, no terreno onde se pretende construir a fundação da máquina, tem como grande vantagem de se comportar, realmente, como uma fundação rígida, que é uma das hipóteses considerada nos métodos de análise de fundações maciças. Entretanto, apresenta algumas desvantagens como:

- construir um bloco no local do ensaio e depois removê-lo para construção da fundação da máquina;

- dificuldades em diminuir seu peso, caso a força de excitação não seja capaz de atingir a frequência natural vertical, ou de aumentar sua altura, para definir a frequência natural horizontal.

Quando o sistema estiver vibrando verticalmente, deve-se ter blocos mais baixos e na condição horizontal mais altos, ambos de mesmo peso, com a finalidade de definir a frequência de ressonância. Para atender essas condições, o melhor sistema é aquele apresentado por Ivanoff (1963), em que o bloco de ensaio é constituído de placas pré-moldadas de concreto e de aço, interligadas entre si por meio de chumbadores engastados na placa inferior e apertados na extremidade superior por meio de porcas e contra-porcas (Figura VI.1); todas as placas são providas de alças para facilitar seu manuseio. Isto apresenta as seguintes principais vantagens:

- facilidade de manuseio e remoção;
- reaproveitamento para outros ensaios;
- utilização de um bloco com peso compatível com o terreno a ser ensaiado.

### VI.1.3. Referentes ao Ensaio de Vibração

Os ensaios de vibração foram executados com êxito, permitindo a determinação das frequências de ressonância e dos parâmetros dinâmicos do solo.

Os valores obtidos para  $C_z$  e  $C_x$  no ensaio de vibração são da mesma ordem de grandeza daqueles indicados por Barkan (1962), pela Norma Indiana IS 2974 (Srinivasulu, 1978) e por Ivanoff (1963) para análise de fundações de máquinas apoiadas diretamente no terreno.

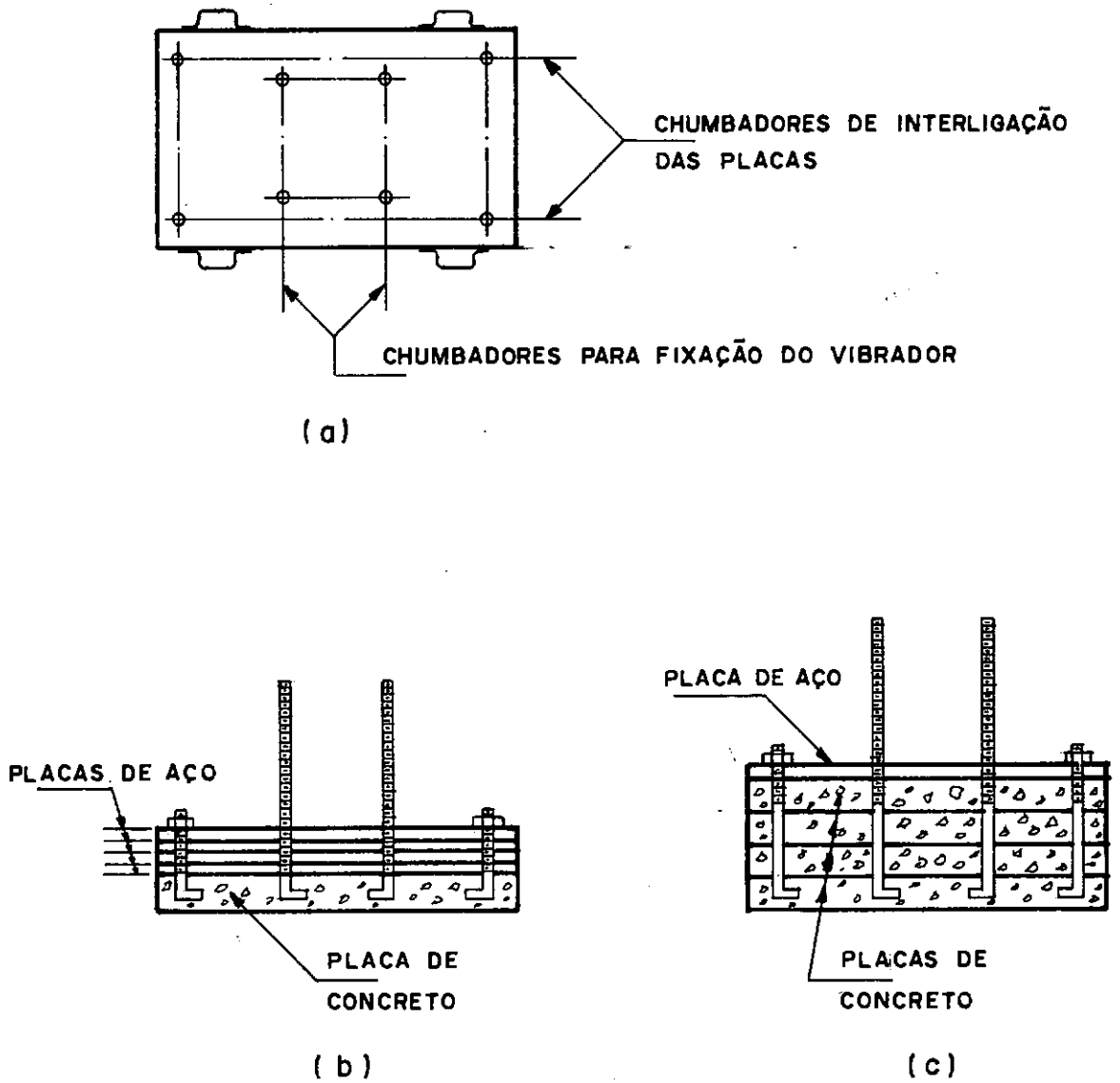


Figura VI.1 - Bloco de ensaio do tipo placas: (a) planta e plano dos chumbadores; (b) para a vibração vertical; (c) para a vibração horizontal (apud Ivanoff, 1963).

A relação  $C_z/C_x$  referentes aos valores médios obtidos nas diversas condições de ensaio, mostrou diferenças razoáveis quando comparadas com aquelas propostas por Barkan (1962) e pela Norma Indiana IS 5249 (Prakash, 1981). Inicialmente poder-se-ia concluir que aquela relação não é aceitável. Entretanto, conforme já discutido no item V.5, os parâmetros  $C_z$  e  $C_x$  são influenciados pela frequência e força de excitação, o que não foi comentado naquelas propostas.

Uma vez que existe uma influência do nível de força dinâmica e da escala nos parâmetros  $C_z$  e  $C_x$ , sugere-se que, na escolha destes parâmetros para fins de projeto de fundações de máquinas rotativas apoiadas diretamente no terreno, seja adotado o seguinte procedimento:

- (i) Determinar os valores de  $C_z$  e  $C_x$  no mínimo para tres níveis de força dinâmica.
- (ii) Traçar gráficos  $F_d/P$  vs.  $C_z$  ou  $C_x$ , onde  $P$  é o peso total do conjunto motor-bloco-vibrador (a título de ilustração, apresenta-se na Figura VI.2, a lei de variação dos parâmetros  $C_z$  e  $C_x$  com  $F_d/P$  para os ensaios 11 V, 12 V 13 V e 13 H, 14 H e 15 H).
- (iii) Com a relação  $F_{dm}/P_m$ , onde  $F_{dm}$  é a força dinâmica desbalanceada da máquina e  $P_m$  o peso do conjunto máquina-fundação, entrar nos gráficos definidos em (ii) e obter os valores de  $C_z$  e  $C_x$ .
- (iv) Corrigir os valores determinados em (iii) para o efeito de escala, de acordo com a proposição de Barkan:

$$C_{zB} = C_{zb} \sqrt{\frac{A_b}{A_B}}$$

$$C_{xB} = C_{xb} \sqrt{\frac{A_b}{A_B}}$$

onde o índice  $b$  refere-se aos dados de ensaio e  $B$  aos da fundação real; para  $A_B \geq 10 \text{ m}^2$  os parâmetros  $C_{zb}$  e  $C_{xb}$  serão corrigidos com  $A_B = 10 \text{ m}^2$ .

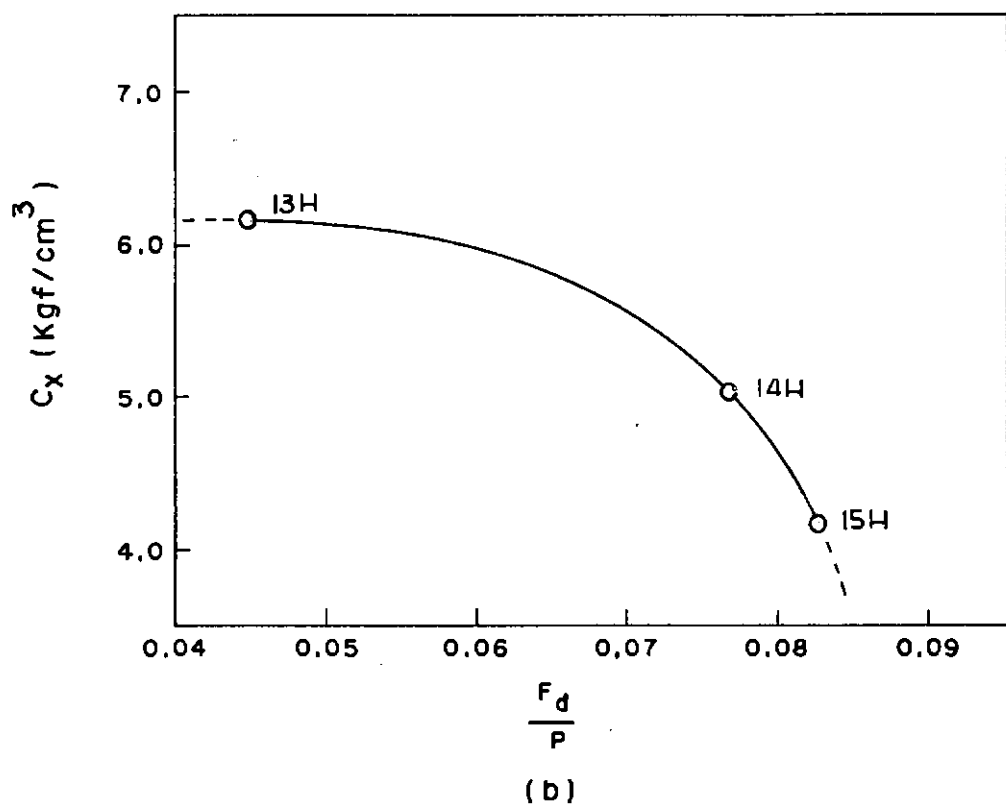
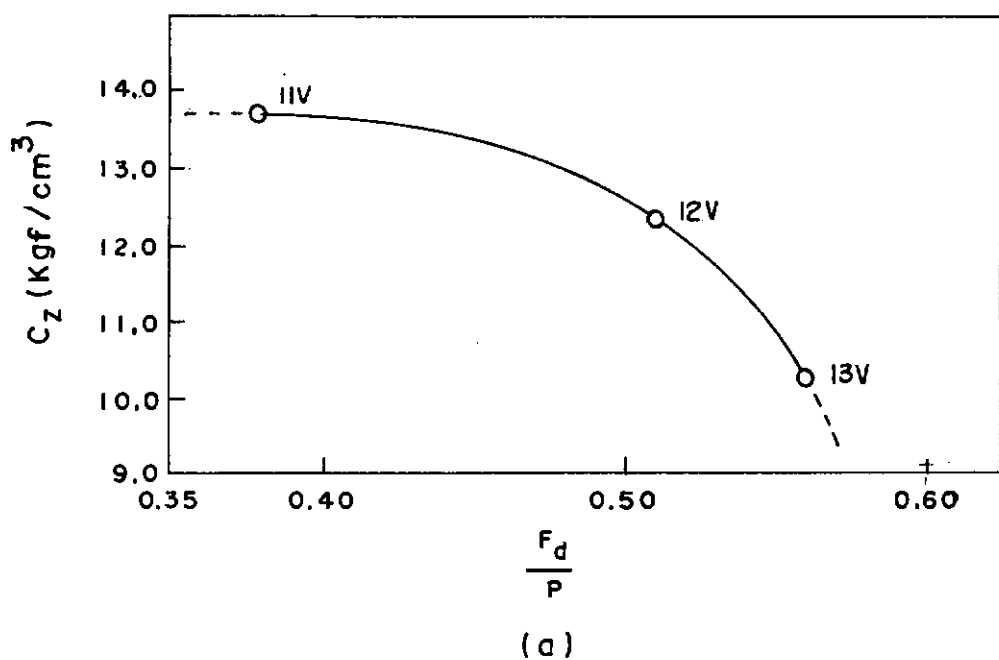


Figura VI.2 - Variação dos parâmetros  $C_z$  e  $C_x$  com  $F_d/P$ : (a) Para vibração vertical (ensaios 11 V, 12 V e 13 V); (b) para vibração horizontal (ensaios 13 H, 14 H e 15 H).

#### VI.1.4. Referentes aos Ensaios de Laboratório e de Penetração Dinâmica (SPT)

Conforme discutido no item V.6, o ensaio de penetração dinâmica (SPT) poderia servir para a previsão do módulo de elasticidade dinâmico, aplicando-se inicialmente correlações com o ensaio de penetração estática (cone) para se obter módulos estáticos e depois lançando-se mão de relações entre módulos estáticos e dinâmicos. Estas relações precisariam ser mais estudadas para se tornarem mais confiáveis.

Com relação aos resultados do ensaio oedométrico, observou-se que a compressibilidade obtida em laboratório era muito maior que a de campo (módulos menores), o que ocorre frequentemente, especialmente em se tratando de solos parcialmente saturados que se expandem com facilidade quando amostrados e moldados para ensaio.

#### VI.2. SUGESTÕES

##### VI.2.1. Padronização dos Ensaios de Vibrações no Campo

A seguir apresenta-se um procedimento sugerido para determinação dos parâmetros dinâmicos do solo, baseado no trabalho de Ivanoff (1962) e na experiência do autor:

- (i) Escavação no mesmo local onde se pretende instalar a máquina, até a profundidade de assentamento da fundação. Em planta, as dimensões da escavação deverão ser maiores que as do bloco de ensaio, pelo menos 2,5 vezes.
- (ii) Em locais onde se pretende construir um número maior de máquinas, cuja locação ainda não é bem definida, deve-se realizar ensaios em pontos distantes entre 20 m e 40 m.



- (iii) No caso do ensaio não ser realizado logo após a escavação, esta não deverá atingir a profundidade prevista para o ensaio, com a finalidade de manter a estrutura e umidade do solo; na ocasião do ensaio se deverá escavar até a profundidade prevista.
- (iv) Utilizar bloco de ensaio formado por placas, e conforme sugerido em VI.1.2; a primeira placa (placa de apoio) de verá estar perfeitamente assentada no fundo da escavação.
- (v) No caso de se atingir o nível d'agua, este deverá ser rebaixado através de um poço situado num dos cantos da escavação. O nível d'agua dentro da escavação não deve atingir o vibrador e nem dificultar a movimentação do pessoal.
- (vi) Os ensaios deverão ser realizados no mínimo de 24 horas após a escavação, principalmente no caso de solos argilosos; isto visa levar em conta a variação das características do solo com o tempo.
- (vii) Deverão ser realizados ensaios com pelo menos tres conjuntos de massas desbalanceadas (conforme discutido em VI.1.3.). Para cada conjunto dessas massas, o ensaio se rá repetido pelo menos tres vezes, a fim de se confirmar os resultados; no caso de diferença maior do que 10% da media, este ensaio deverá ser abandonado.
- (viii) Após terminado o ensaio, deverão ser retiradas amostras para ensaio de caracterização.

#### VI.2.2. Pesquisas Futuras

Os seguintes assuntos merecem pesquisas futuras:

- (i) Influência da área (dimensão) da fundação nos parâmetros dinâmicos do solo.

- (ii) Influência do embutimento da fundação nos parâmetros dinâmicos do solo e nas amplitudes e frequências de vibração.
- (iii) Estudo comparativo entre as teorias do semi-espaço elástico (Richart) e de molas lineares (Barkan).
- (iv) Estudo de correlações entre módulos de elasticidade dinâmicos e estáticos.
- (v) Determinação de propriedades dinâmicas de diferentes solos brasileiros.

## BIBLIOGRAFIA

1. ARYA, S.C., O'NEILL, M.W. and PINCUS, G., "Design of Structures and Foundation for Vibrating Machines", Gulf Publishing Company, Houston, 191 pp., (1979).
2. BARATA, F.E., CÔRTEZ, H.M., SANTOS, L.A.B.C., "Aplicações do Cone Holandês ao Projeto de Fundações Diretas", IV COBRAMSEF, Volume 1, Tomo 2, Rio de Janeiro, (1970).
3. BARKAN, D.D., "Dynamics of Bases and Foundations", McGraw-Hill Book Company, New York, 434 pp, (1962).
4. BEREDUGO, Y.O. and NOVAK, M., "Coupled Horizontal and Rocking Vibration of Embedded Footings", Canadian Geotechnical Journal, Volume 9, pp. 477-497, (1972).
5. BUISMAN, K., "De Weerstand van Paalpunten in Zand", Ingenieur, (1935).
6. BUZDUGAN, G., "Dynamique des Fondations de Machines", Editions Eyrolles, Paris, 438 pp., (1972).
7. CLOUGH, R.W. and PENZIEN, J., "Dynamics of Structures", McGraw-Hill Kogakusha, Ltd., Tokyo, 634 pp. (1975).

8. COSTA NUNES, A.J. e VELLOSO, D.A., "An Improvement in the Execution of Foundation Wells Under Compressed Air", 1º COPAMSEF, Volume 3, México, (1959).
9. CREDE, C.E., "Choque e Vibração nos Projetos de Engenharia", Editora Ao Livro Técnico S.A., Rio de Janeiro, 159 pp., (1972).
10. DAS, B.M., "Fundamentals of Soil Dynamics", Elsevier Science Publishing Co., New York, 399 pp., (1983).
11. GORBUNOV-POSADOV, M.I., "Settlements and Pressure Under Rigid Rectangular Footings", Stroitel'naya Promyshlennost', nº 8, (1940).
12. HARRIS, C.M. and CREDE, C.E., "Shock and Vibration Handbook", McGraw-Hill Book Company, New York, (1976).
13. IVANOFF, V.P., "Calculos y Proyectos de Cimientos para Maquinas", Editorial Libreria Mitre, Buenos Aires, 222 pp., (1963).
14. MAJOR, A., "Dynamics in Civil Engineering - Analysis and Design", (4 volumes), Akadémiai Kiadó, Budapest, (1980).

15. MELLO, C.E., "Fundações de Máquinas Rotativas Sobre Estacas", Tese de Mestrado, COPPE, Rio de Janeiro, 140 pp. (1978).
16. NOVÁK, M., "The Vibrations of Massive Foundations on Soil", International Association of Bridge and Structural Engineering, Volume 20, pp. 263-281, (1960).
17. OPERATION MANUAL - MODEL IRD-340, "Vibration Analyzer - Dynamic Balancer", IRD MECHAKALYSIS, INC., Columbus, (1970).
18. PRAKASH, S., "Soil Dynamics", McGraw-Hill Book Company, New York, 426 pp., (1981).
19. PRAKASH, S., "Some Aspects of Machine Foundation Design", X ICSMFE, Volume 4, Stockholm, pp. 868-871, (1981).
20. PRAKASH, S., and PURI, V.K., "Dynamic Properties of Soils from In-Situ Tests", Journal of the Geotechnical Engineering Division, Volume 107, n9 GT7, pp. 943-963, (1981).
21. RAGONI DANZIGER, B., "Estudo de Correlações Entre os Ensaios de Penetração Estática e Dinâmica e Suas Aplicações ao Projeto de Fundações Profundas", Tese de Mestrado, COPPE, Rio de Janeiro, 265 pp., (1982)
22. RANJAN, G., SARAN, S. and VIJAYVARGIYA, "Dynamic Behaviour of Embedded Block Foundations", X ICSMFE, Volume 3, Stockholm, pp. 279-282, (1981).

23. RAVARA, A., "Dinâmica de Estruturas", Curso III do Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisboa, 182 pp., (1969).
24. RICHART, F.E., Jr., "Foundations Vibrations", ASCE, Volume 127, Part 1, pp. 863-898, (1962).
25. RICHART, F.E., Jr., and WHITMAN, R.V., "Comparison of Footing Vibration Tests with Theory", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, Proceedings, ASCE, Volume 93, n° SM6, November, pp. 143-168, (1967).
26. RICHART, F.E., Jr., HALL, J.R., Jr., and WOODS, R.D., "Vibrations of Soils and Foundations", Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, 414 pp., (1970).
27. SANKARAN, K.S., KRISHNASWAMY, N.R., and BHASKARAN NAIR, P.G., "Effect of Test Pit Size on Vibrations of Footings", Canadian Geotechnical Journal, Volume 17, pp. 292-295, (1980).
28. SRINIVASULU, P., and VAIDYANATHAN, C.V., "Handbook of Machine Foundations", Tata McGraw-Hill Publishing Company Ltd., New Delhi, 236 pp., (1976).
29. TERZAGHI, K., "Evaluation of Coefficients of Subgrade Reaction", Géotechnique 5, n° 4, December, pp. 297-326, (1955).

30. YAN, R.J., "In-Situ Measurement of Coupled Vibration Parameters", X ICSMFE, Volume 3, Stockholm, pp. 327-330, (1981).
31. WHITMAN, R.V., "Analysis of Foundation Vibrations", Proceedings of a Symposium organized by the British National Section of the International Association for Earthquake Engineering. Held at Imperial College of Science and Technology, London, April 1965.